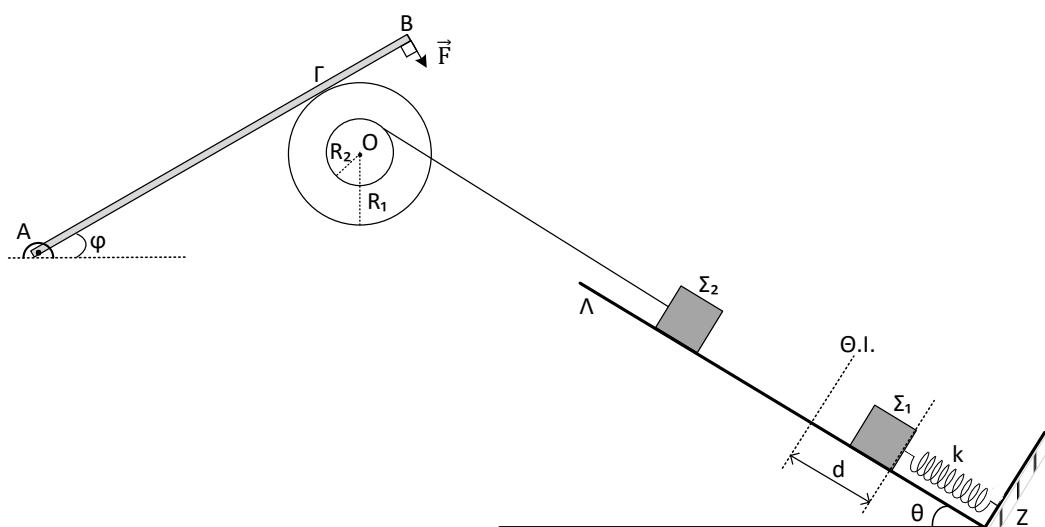


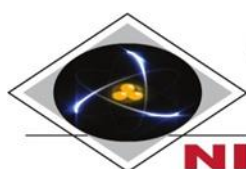
Άσκηση 4

Ομογενής, λεπτή και άκαμπτη ράβδος AB μήκους ℓ και μάζας $M = 1,5 \text{ kg}$ έχει στο άκρο της A άρθρωση και ισορροπεί σχηματίζοντας γωνία ϕ με ημφ $= 0,6$ και συνφ $= 0,8$ με το οριζόντιο επίπεδο. Η ράβδος στηρίζεται στο σημείο της Γ με στερεό Σ. Η απόσταση του σημείου επαφής Γ της ράβδου με το στερεό από το άκρο B της ράβδου είναι $\frac{\ell}{4}$. Στο άκρο B της ράβδου ασκείται σταθερή δύναμη μέτρου $F = 9 \text{ N}$ που είναι κάθετη στην ράβδο και έχει φορά όπως φαίνεται στο σχήμα. Το στερεό Σ αποτελείται από δυο ομόκεντρους, ομογενείς κολλημένους ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες R_1 και R_2 αντίστοιχα, με $R_1 = 2R_2$ και μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές, σαν ένα σώμα, γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του O. Ο άξονας περιστροφής του στερεού Σ συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας του. Στο κύλινδρο ακτίνας R_2 είναι τυλιγμένο λεπτό, αβαρές και μη εκτατό νήμα, στο άλλο άκρο του νήματος δένεται σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 2 \text{ kg}$ που ισορροπεί πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο ΖΛ μεγάλου μήκους γωνία κλίσης θ με ημφ $= 0,5$. Το νήμα είναι τεντωμένο και η διεύθυνσή του είναι παράλληλη με το κεκλιμένο επίπεδο. Στη βάση Ζ του κεκλιμένου επιπέδου είναι στερεωμένο το ένα άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$. Ο άξονας του ελατηρίου είναι παράλληλος με το κεκλιμένο επίπεδο και στο άλλο άκρο του ελατηρίου είναι δεμένο σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 2 \text{ kg}$. Το ελατήριο είναι συμπιεσμένο και το σώμα Σ_1 συγκρατείται ακίνητο σε απόσταση $d = \frac{\pi}{4} \text{ m}$ από την θέση ισορροπίας του.



- A.** Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος στο σημείο της Γ από το στερεό.
- B.** Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος στο σημείο της A από την άρθρωση.

Κάποια χρονική στιγμή κόβουμε το νήμα και ταυτόχρονα αφήνουμε το σώμα Σ_1 ελεύθερο. Το σώμα Σ_2 αρχίζει να ολισθαίνει πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο ΛΖ και το σώμα Σ_1 αρχίζει να κινείται πάνω στο



κεκλιμένο επίπεδο ΛΖ εκτελώντας απλή αρμονική ταλάντωση στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου με σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης $D = k$.

Την χρονική στιγμή που το σώμα Σ_2 έχει διανύσει διάστημα $s = \frac{5\pi^2}{16} \text{ m}$ πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο ΛΖ συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με το σώμα Σ_1 . Η διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα και το συσσωμάτωμα, που προκύπτει από την κρούση, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο ΛΖ, με σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης $D = k$.

- Γ.** Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 ελάχιστα πριν την κρούση.
- Δ.** Να υπολογίσετε το μέγιστο μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος στην διάρκεια της απλής αρμονικής ταλάντωσής του.
- Ε.** Να βρείτε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του συσσωματώματος από την θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με τον χρόνο και να σχεδιάσετε τη γραφική παράστασή της από την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι την χρονική στιγμή $t_1 = \frac{7\pi}{10} \text{ s}$. (Να θεωρήσετε ως $t_0 = 0$ τη χρονική στιγμή της κρούσης των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 και θετική φορά τη φορά από το Ζ στο Λ).
- ΣΤ.** Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου τη χρονική στιγμή που ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος μηδενίζεται στιγμιαία για 3^η φορά.
- Ζ.** Να υπολογίσετε το λόγο $\frac{W_{\Sigma F}}{W_{F_{ελ}}}$, όπου $W_{\Sigma F}$ το έργο της δύναμης επαναφοράς που δέχεται το συσσωμάτωμα και $W_{F_{ελ}}$ το έργο της δύναμης που δέχεται το συσσωμάτωμα από το ελατήριο, από την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι την χρονική στιγμή που η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος είναι τριπλάσια της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης του συσσωματώματος για 7^η φορά.

Δίνονται:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$
- η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για όλα τα σώματα
- ο χαρακτηρισμός λεπτό νήμα αφορά νήμα αμελητέου πάχους
- Όπου εμφανίζεται π , να μην γίνει αριθμητική αντικατάσταση.

