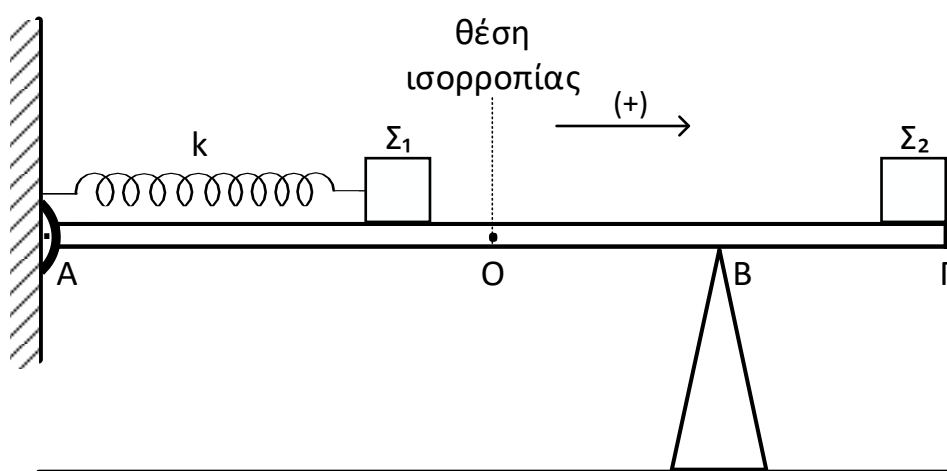


ΑΣΚΗΣΗ 2

Μια ομογενής, λεία και άκαμπτη ράβδος ΑΓ έχει μήκος $L = 4\text{m}$ και μάζα $M_p = 1,5\text{Kg}$. Το άκρο Α της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Πάνω στη ράβδο στο άκρο της Γ έχουμε τοποθετήσει ένα σώμα Σ_2 που έχει μάζα $m_2 = m$. Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση με την βοήθεια υποστηρίγματος, το οποίο έχουμε στερεώσει σε οριζόντιο δάπεδο. Η ράβδος στηρίζεται στην κορυφή Β του υποστηρίγματος, το οποίο απέχει από το άκρο Α της ράβδου απόσταση $(AB) = 3\text{m}$. Η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, χωρίς τριβές, γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα κάθετο στη ράβδο, ο οποίος διέρχεται από το άκρο της Α.

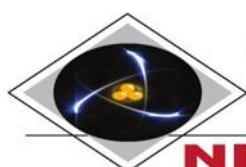
Το σώμα Σ_1 έχει μάζα $m_1 = m$ και είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου αμελητέας μάζας με σταθερά ελατηρίου k . Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι συνδεδεμένο σε σταθερό σημείο σε κατακόρυφο τοίχο. Η διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου είναι οριζόντια και διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος Σ_1 , όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Το σώμα Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, με θετική φορά, την φορά προς τα δεξιά. Η θέση ισορροπίας του σώματος Σ_1 συμπίπτει με το μέσο Ο της ράβδου. Η εξίσωση της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_1 σε συνάρτηση με την απομάκρυνση χ από την θέση ισορροπίας του, δίνεται από την σχέση :

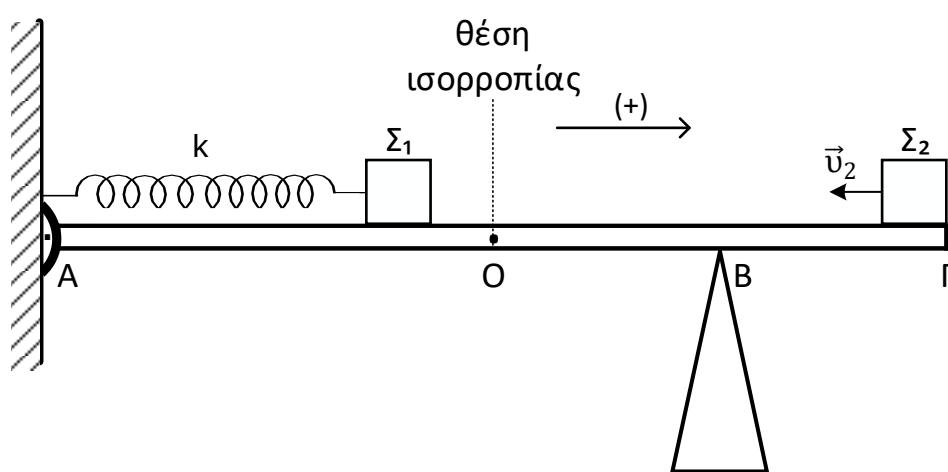
$$K = 2 - 50 \cdot \chi^2 \text{ (S.I.)}$$

Η συνάρτηση που συνδέει την κινητική ενέργεια του σώματος Σ_1 με τον χρόνο, $K = f(t)$, έχει περίοδο $T_K = \frac{\pi}{10} \text{ s}$.

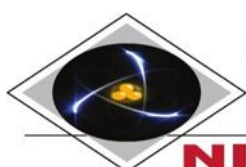


- A.** Να υπολογίσετε την μάζα του σώματος Σ_1 και το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης του σώματος Σ_1 .
- B.** Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης του ελατηρίου, από την χρονική στιγμή που η απομάκρυνση του σώματος Σ_1 από την θέση ισορροπίας του είναι $\chi_\alpha = -0,1\text{m}$ μέχρι την χρονική στιγμή που ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του είναι ίσος με $\frac{dp}{dt} = -10\sqrt{3} \text{ kg}\cdot\text{m/s}^2$.
- Γ.** Να γράψετε τη συνάρτηση f που συνδέει το τετράγωνο του μέτρου της επιτάχυνσης του σώματος Σ_1 με το μέτρο του τετραγώνου της ταχύτητάς του, $a^2 = f(v^2)$ και να την παραστήσετε γραφικά.
- Δ.** Τη χρονική στιγμή που το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος από το υποστήριγμα είναι έξι φορές μεγαλύτερο από το μέτρο της δύναμης που δέχεται από την άρθρωση, να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ_1 .

Σε μια τυχαία χρονική στιγμή δίνουμε στο σώμα Σ_2 ταχύτητα μέτρου $v_2 = 2\sqrt{3} \text{ m/s}$, με φορά προς την θέση ισορροπίας του σώματος Σ_1 , όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Η διεύθυνση της ταχύτητας $\vec{v}_2$ του σώματος Σ_2 συμπίπτει με την διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου. Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά, τη χρονική στιγμή που η απομάκρυνση του σώματος Σ_1 από την θέση ισορροπίας του είναι χ_1 , όπου $\chi_1 \geq 0$. Το σώμα Σ_1 μετά την κρούση εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με το μέγιστο δυνατό πλάτος της ταλάντωσής του.



- Ε.** Να υπολογίσετε την απομάκρυνση χ_1 του σώματος Σ_1 από την θέση ισορροπίας του.
- ΣΤ.** Αν $t_0 = 0$ η χρονική στιγμή της κρούσης, να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος από το υποστήριγμα και το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση, τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{\pi}{30}$ s. Να θεωρήσετε ως θετική φορά, την φορά προς τα δεξιά και ότι η διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα.

Δίνονται:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$
- η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για όλα τα σώματα
- $\mu_{\frac{\pi}{6}} = \frac{1}{2}$ και $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

