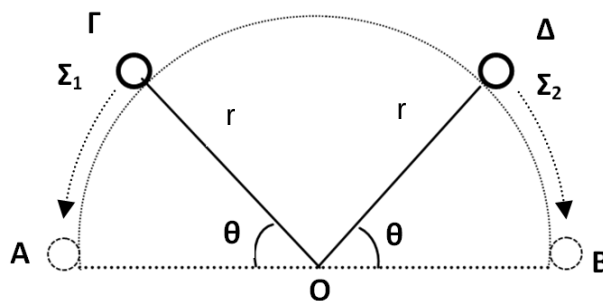


Σύλλογος Θετικών Επιστημόνων Δράμας	Διαγωνισμός στη μνήμη του καθηγητή Βασίλη Ξανθόπουλου
	Φυσική Β' Τάξης Δράμα, 7 Απριλίου 2019

Σημειακά σώματα Σ_1, Σ_2 με θετικά φορτία Q_1, Q_2 και μάζες $m_1=m_2$ κινούνται στο κατακόρυφο επίπεδο διαγράφοντας κυκλική τροχιά (βλέπε σχήμα 1) ακτίνας r με τη βοήθεια αβαρούς ράβδου που τα κρατά πάνω στην περιφέρεια του κύκλου αυτού. Την χρονική στιγμή $t=0$ τα δύο σώματα αφήνονται στις θέσεις Γ και Δ με μηδενικές (αρχικές) ταχύτητες. Η διεύθυνση της ράβδου του κάθε σώματος σχηματίζει οξεία γωνία θ με το τμήμα AB που ανήκει στο οριζόντιο επίπεδο (βλέπε σχήμα 1).



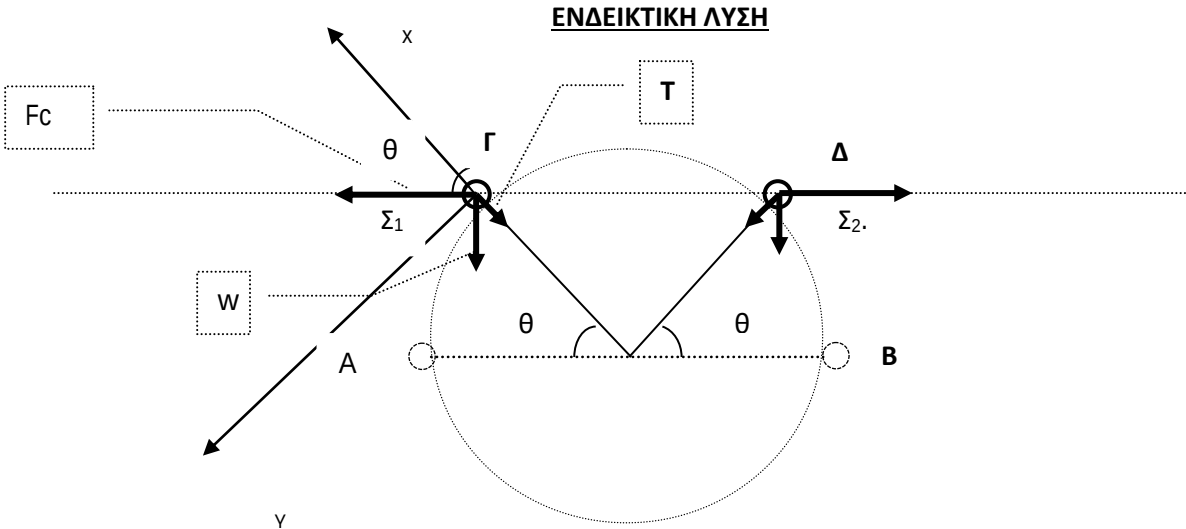
Σχήμα 1.

Δίνονται ότι:

$Q_1 = +10^{-4}\text{C}$, $Q_2 = +10^{-5}\text{C}$, $\sin\theta = 0,5$ και $\eta\mu\theta = 0,87$, $g = 10\text{m/s}^2$, $m_1 = m_2 = 0,5\text{Kg}$, $r = 1\text{m}$, $K = 9 \cdot 10^9 \text{Nm}^2/\text{C}^2$

1. Να σχεδιάσετε και να υπολογίσετε τις δυνάμεις που δρουν στο σώμα Σ_1 την χρονική στιγμή $t=0$. Να υπολογίσετε την συνισταμένη των δυνάμεων κατά την διεύθυνση της εφαπτομένης του κύκλου στο σημείο Γ και κατά την διεύθυνση της ακτίνας GO . (Μονάδες 5).
2. Τα σώματα Σ_1, Σ_2 φτάνουν στο οριζόντιο επίπεδο ταυτόχρονα στις θέσεις A και B αντίστοιχα και με την ίδια ταχύτητα. Να εξηγήσετε γιατί συμβαίνει αυτό (Μονάδες 3).
3. Να υπολογίσετε την ταχύτητα των σωμάτων Σ_1, Σ_2 , όταν φτάσουν στο οριζόντιο επίπεδο AB . (Μονάδες 5).
4. Να υπολογίσετε την δύναμη που ασκεί η ράβδος στο σώμα Σ_1 την στιγμή που το σώμα φτάνει στην θέση A . (Μονάδες 4).
5. Αν την χρονική στιγμή $t=0$, τοποθετήσουμε φορτίο $Q_3 = +10^{-5}\text{C}$ στη θέση O (κέντρο του κύκλου) με ποιές ταχύτητες θα φτάσουν τα σώματα στις θέσεις A και B αντίστοιχα; (Μονάδες 3).

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !



1.

Από τη γεωμετρία του σχήματος AB//ΓΔ. Για $t=0$ η δύναμη Coulomb στα φορτία Q_1, Q_2 είναι απωστική, έχει διεύθυνση παράλληλη στο οριζόντιο επίπεδο και μέτρο:

$$F_c = K \frac{q_1 q_2}{(2 r \sin \theta)^2} = \frac{9}{(2 \cdot 1 \cdot 0,5)^2} = 9N$$

Επομένως:

$$F_{c,x} = 9 \sin \theta = 9 \cdot 0,5 = 4,5N$$

$$F_{c,y} = 9 \cdot 0,87 = 7,83N$$

Το βάρος κάθε σώματος έχει μέτρο $W = mg = 5N$

$$W_x = mg \sin \theta = 0,5 \cdot 10 \cdot 0,87 = 4,35N$$

$$W_y = mg \cos \theta = 0,5 \cdot 10 \cdot 0,5 = 2,5N$$

Για την διεύθυνση x ισχύει $\Sigma F_x = 0$, άρα:

$$T = F_{c,x} - W_x = 0,15N$$

$$\Sigma F_y = 7,83N + 2,5N = 10,33N$$

2.

Τα σώματα ξεκινούν από τις θέσεις Γ και Δ με μηδενική αρχική ταχύτητα και δέχονται τις δυνάμεις του βάρους, της δύναμης Coulomb και τις δυνάμεις από τις ράβδους. Τα σώματα έχουν την ίδια μάζα, άρα το μέτρο του βάρους είναι ίδιο και για τα δύο σώματα ($W = mg = 0,5 \cdot 10 = 5N$). Η δύναμη Coulomb μεταξύ τους έχει μέτρο $F_c = K \frac{q_1 q_2}{(2 r \sin \theta)^2}$

Οι δυνάμεις από τις ράβδους λόγω της συμμετρίας του προβλήματος θα έχουν αρχικά το ίδιο μέτρο ($T = F_{c,x} - W_x = 0,15N$). Τα σώματα Σ_1, Σ_2 θα επιταχύνονται με δυνάμεις που θα έχουν κατά την διεύθυνση της ακτίνας $\Sigma F_x = 0$, ενώ οι δυνάμεις που θα είναι εφαπτόμενες στην τροχιά θα είναι ίσες σε μέτρο κάθε χρονική στιγμή. Έτσι τα σώματα θα έχουν κάθε χρονική στιγμή την ίδια σε μέτρο ταχύτητα εφαπτόμενη στην τροχιά και θα φτάσουν ταυτόχρονα στις θέσεις Α και Β αντίστοιχα, αφού θα διανύσουν ίσα τόξα.

Την στιγμή που φτάσουν στις θέσεις Α και Β οι ταχύτητες τους θα είναι κατακόρυφες με φορά προς τα κάτω (ίδιο μέτρο και ίδια κατεύθυνση).

3. Διατήρηση ενέργειας μεταξύ αρχικής και τελικής κατάστασης ($W_T=0$, αφού δεν έχουμε μετατόπιση των σωμάτων κατά την διεύθυνση των ακτίνων)

$$U_{\eta\lambda, \alpha\rho\chi} + U_{\beta\alpha\rho, \alpha\rho\chi} + K_{\alpha\rho\chi} = U_{\eta\lambda, \tau\epsilon\lambda} + U_{\beta\alpha\rho, \tau\epsilon\lambda} + K_{\tau\epsilon\lambda}$$

$$K \frac{Q_1 Q_2}{2r \sin\theta} + 2mgr \eta\mu\theta + 0 = K \frac{Q_1 Q_2}{2r} + 0 + 2m \frac{u^2}{2}$$

$$u = \sqrt{26,4} \text{ m/s}$$

4. Για την δύναμη από την ράβδο Τ ισχύει:

$$F_K = T - F_C \rightarrow T = F_K + F_C = m \frac{v^2}{r} + K \frac{q_1 q_2}{(2r)^2} = 15,45 \text{ N}$$

5. Εάν τοποθετήσουμε το φορτίο Q_3 στην θέση Ο, τότε οι δυνάμεις Coulomb που θα αναπτυχθούν μεταξύ Q_1, Q_3 και Q_2, Q_3 έχουν την διεύθυνση των ακτίνων που διέρχονται από τα σώματα Σ_1, Σ_2 και είναι απωστικές. Οι δυνάμεις αυτές θα προκαλέσουν αύξηση στις δυνάμεις των ράβδων. Οι επαπτομενικές δυνάμεις δεν θα αλλάξουν τιμές.

Στην $U_{\eta\lambda, \alpha\rho\chi}$ θα προστεθούν οι όροι: $K \frac{Q_1 Q_3}{r} + K \frac{Q_2 Q_3}{r}$, αλλά οι ίδιοι όροι θα προστεθούν και στην $U_{\eta\lambda, \tau\epsilon\lambda}$, γιατί η απόσταση μεταξύ των φορτίων Q_1, Q_3 και Q_2, Q_3 δεν αλλάζει, είναι η ακτίνα r .

$$U_{\eta\lambda, \alpha\rho\chi} + U_{\beta\alpha\rho, \alpha\rho\chi} + K_{\alpha\rho\chi} = U_{\eta\lambda, \tau\epsilon\lambda} + U_{\beta\alpha\rho, \tau\epsilon\lambda} + K_{\tau\epsilon\lambda}$$

$$K \frac{Q_1 Q_2}{2r \sin\theta} + 2mgr \eta\mu\theta + 0 + K \frac{Q_1 Q_3}{r} + K \frac{Q_2 Q_3}{r} = K \frac{Q_1 Q_2}{2r} + 0 + K \frac{Q_1 Q_3}{r} + K \frac{Q_2 Q_3}{r} + 2m \frac{u^2}{2}$$

Άρα καταλήγουμε στην ίδια σχέση:

$$K \frac{Q_1 Q_2}{2r \sin\theta} + 2mgr \eta\mu\theta + 0 = K \frac{Q_1 Q_2}{2r} + 0 + 2m \frac{u^2}{2}$$

και τελικά θα έχουμε την ίδια ταχύτητα.