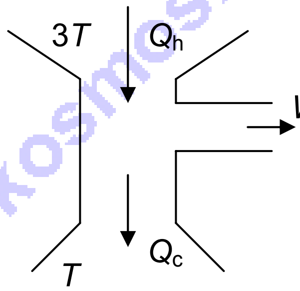
Β΄ Λυκείου

19 Μαρτίου 2005

Θεωρητικό Μέρος

Θέμα 1^o

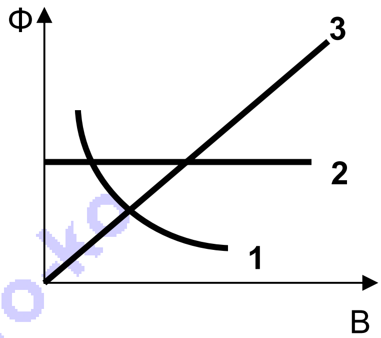
Α. Μια μηχανή Carnot λειτουργεί μεταξύ των θερμοκρασιών $3T$ και T. Από την δεξαμενή υψηλής θερμοκρασίας χορηγείται στο μέσο θερμότητα Q_h=3000 j σε κάθε κύκλο. Πόση θερμότητα θα αποβάλλεται στη δεξαμενή χαμηλής θερμοκρασίας σε κάθε κύκλο; (Μονάδες 5)



Β. Φορτισμένα σωματίδια με φορτίο q και μάζα m εκτοξεύονται με ταχύτητα u κάθετα στις μαγνητικές γραμμές εκτεταμένου ομογενούς μαγνητικού πεδίου, οπότε η μαγνητική ροή $Φ$ που περνά από την επιφάνεια του κύκλου που διαγράφουν, σε συνάρτηση με το μέτρο του μαγνητικού πεδίου B παριστάνεται σωστότερα με την καμπύλη:

α. 1 **β.** 2 **γ.** 3

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. (Μονάδες 10)



Γ. Δύο κυκλικοί αγωγοί Α και Γ, με διαφορετικές ακτίνες, είναι κατασκευασμένοι από χάλκινα κυλινδρικά σύρματα που έχουν το ίδιο εμβαδόν διατομής και βρίσκονται με τα επίπεδά τους κάθετα μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο, το οποίο αυξάνεται με σταθερό ρυθμό. Οι αγωγοί είναι αρκετά μακριά ο ένας από το άλλον, ώστε να μην αλληλεπιδρούν.

Αν το μαγνητικό πεδίο που δημιουργείται στο κέντρο του κυκλικού αγωγού Α, λόγω του ρεύματος εξ` επαγωγής που τον διαρρέει, έχει μέτρο B_A=0,1 Τ, να βρεθεί το αντίστοιχο μέτρο του μαγνητικού πεδίου $B_Γ$ στο κέντρο του κυκλικού αγωγού Γ.

(Μονάδες 10)

Συνοπτικές απαντήσεις / λύσεις:

Α. $W=eQ_h=(1-\frac{T}{3T})Q_h=\frac{2}{3}Q_h$. Όμως $\left|Q_c\right|=Q_0-W=\frac{Q_h}{3}=1000$ j

Β. Σωστή είναι η α. $Φ=BS$ όμως $S=\pi R^2$ και $R=mu/qB$, Οπότε: $Φ=B\pi(mu/qB)^2=λ/B^2$
άρα η η μαγνητική ροή είναι αντίστροφα ανάλογη με το μαγνητικό πεδίο.

Γ. Έστω r_A=α και r_B=λα οι ακτίνες των δύο πλαισίων

$S_B=\pi(λα)^2$
$S_A=\pi α^2$ $\longrightarrow$ $S_B/S_A=λ^2$

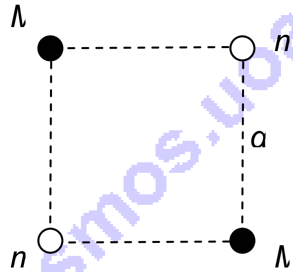
$Ε\varepsilon\pi_B=S_BΔB/Δt$
$Ε\varepsilon\pi_A=S_AΔB/Δt$ $\longrightarrow$ $Ε\varepsilon\pi_B\ /\ Ε\varepsilon\pi_B=S_B/S_A=λ^2$

$R_B=\rho 2\pi\lambda\alpha/\sigma$
$R_A=\rho 2\pi\alpha/\sigma$ $\longrightarrow$ $R_B=\lambda R_A$

$I_{επ,B} = E_{επB} / R_B$
$I_{επ,A} = E_{επA} / R_A$ $\longrightarrow$ $I_{επ,B} = \lambda I_{επ,A}$

$B_B = k_\mu 2 I_{επ,B} / \alpha_B$
$B_A = k_\mu 2 I_{επ,A} / \alpha_A$ $\longrightarrow$ $B_B = B_A$ $\longrightarrow$ $\mathbf{B_B = 0{,}1T}$

Θέμα 2^{ο}



Α. Στο διπλανό σχήμα φαίνονται τέσσερα σωμάτια με ίσα θετικά ηλεκτρικά φορτία *q*, που βρίσκονται ακίνητα στις κορυφές τετραγώνου πλευράς *α*. Τα δύο από τα σωμάτια έχουν μάζες *M* και τα άλλα δύο μάζες *m*. Ο λόγος των μαζών είναι $\frac{M}{m} = 2000$. Τα σωμάτια αφήνονται ελεύθερα να κινηθούν με την επίδραση μόνο των μεταξύ τους ηλεκτρικών αλληλεπιδράσεων. Υποθέτουμε ότι τα σωμάτια με μάζα m απομακρύνονται τόσο γρήγορα, ώστε αποκτούν τις τελικές τους ταχύτητες, ενώ τα σωμάτια με μάζα *M* δεν έχουν ακόμα αρχίσει να κινούνται.

α. Εξηγείστε, γιατί η υπόθεση αυτή περιγράφει ικανοποιητικά τη συμπεριφορά του συστήματος.

β. Αποδείξτε ότι ο λόγος της τελικής ταχύτητας *υ* ενός σωματίου με μάζα *m*, προς την τελική ταχύτητα *V* ενός σωματίου με μάζα *M*, είναι: $\frac{υ}{V} = \sqrt{2000(4\sqrt{2}+1)} \approx 115$.

(Μονάδες 15)

Β. Δύο επίπεδοι πυκνωτές με ίσες χωρητικότητες *C* φορτίζονται σε τάση *V*. Το εμβαδόν των οπλισμών είναι *A* και η απόσταση μεταξύ τους είναι *d*. Δεν υπάρχει διηλεκτρικό μεταξύ των οπλισμών. Συνδέουμε τους θετικά φορτισμένους οπλισμούς των δύο πυκνωτών με ένα σύρμα και τους αρνητικούς με ένα άλλο σύρμα, ώστε να έχουμε ένα κύκλωμα.

α. Θα κυκλοφορεί ηλεκτρικό ρεύμα στο κύκλωμα αυτό;

β. Φανταστείτε ότι τη χρονική στιγμή μηδέν, οι οπλισμοί του ενός πυκνωτή αρχίζουν να απομακρύνονται με σχετική ταχύτητα *υ* και οι οπλισμοί του άλλου αρχίζουν να πλησιάζουν με την ίδια σχετική ταχύτητα *υ*. Βρείτε τις σχέσεις που δίνουν την χρονική εξέλιξη του φορτίου κάθε πυκνωτή.

γ. Κάντε τα ποιοτικά διαγράμματα του φορτίου κάθε πυκνωτή σε συνάρτηση με το χρόνο.

δ. Κατά τη διάρκεια των κινήσεων θα υπάρχει ένα ρεύμα στο κύκλωμα. Υπολογίστε την ένταση σαν συνάρτηση των *C*, *V*, *υ*, *d*.

(Μονάδες 15)

Συνοπτικές απαντήσεις / λύσεις:

Α.

α. Λόγω της συμμετρίας οι δυνάμεις που θα δέχονται τα σωμάτια ανά πάσα στιγμή θα έχουν ίσα μέτρα. Η επιταχύνσεις όμως που αποκτούν σύμφωνα με το 2^o νόμο του Νεύτωνα θα είναι αντιστρόφως ανάλογες των μαζών τους. Επειδή $M=2000m$, τα σωμάτια με μάζες m θα αποκτούν 2000 φορές μεγαλύτερες επιταχύνσεις από εκείνες των σωματίων με μάζες *M*. Επομένως η υπόθεση που κάναμε περιγράφει ικανοποιητικά τη συμπεριφορά του συστήματος.

β. Λόγω της συμμετρίας τα δύο σωμάτια με μάζες m θα αποκτούν τελικές ταχύτητες ίσου μέτρου u. Το ίδιο θα ισχύει και για τα σωμάτια με μάζα *M* τα οποία θα αποκτούν τελικές ταχύτητες μέτρου V.

Η αρχή διατήρησης της ενέργειας από την αρχική κατάσταση του συστήματος μέχρι τη στιγμή που τα σωμάτια μάζας m αποκτούν την τελική τους ταχύτητα δίνει:

$$2\frac{kq^2}{\sqrt{2}a}+4\frac{kq^2}{a}=2\frac{mu^2}{2}+\frac{kq^2}{\sqrt{2}a} \quad \text{οπότε} \quad mu^2=\frac{kq^2}{\sqrt{2}a}+4\frac{kq^2}{a} \quad (1)$$

Η αρχή διατήρησης της ενέργειας για το σύστημα των σωματίων με μάζα *M* από τη στιγμή που δραπέτευσαν τα σωμάτια μάζας m μέχρι τη στιγμή που και αυτά αποκτούν την τελική τους ταχύτητα δίνει:

$$MV^2=\frac{kq^2}{\sqrt{2}a} \quad (2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις (1) και (2) έχουμε: $\frac{mu^2}{MV^2}+1=4\sqrt{2}+2$ και $\frac{u}{V}=\sqrt{\frac{M}{m}(4\sqrt{2}+1)}$

Οπότε: $\frac{u}{V}=\sqrt{2000(4\sqrt{2}+1)}=115$

Β.

$Q=CV \quad (1)$

$V'=\frac{q_1}{C_1}=\frac{q_2}{C_2} \quad (2)$

Από την αρχή διατήρησης του ηλεκτρικού φορτίου: $2Q=q_1+q_2 \quad (3)$

$$\frac{C_1}{C_2}=\frac{d_1}{d_2}=\frac{d-\upsilon t}{d+ut} \quad (4)$$

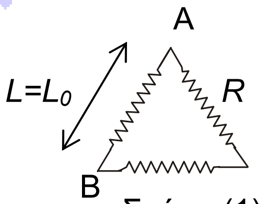
$$(2)\longrightarrow \quad q_1=\frac{C_1}{C_2}q_2=\frac{d-\upsilon t}{d+ut}q_2 \quad (5)$$

από την (3) $\quad q_2=2Q-q_1 \quad (6)$

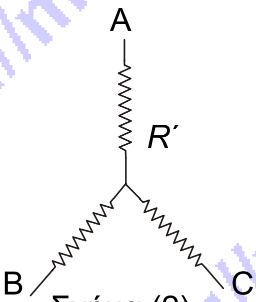
(5), (6) $\longrightarrow$ $q_1 = Q\dfrac{d-\upsilon t}{d}$ και $q_2 = Q\dfrac{d+\upsilon t}{d}$ (7)

Από τις (7) προκύπτει ότι $I=Qυ/d = Cvυ/d$

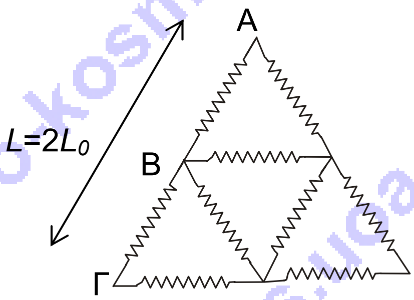
Θέμα 3ο



Σχήμα (1)



Σχήμα (2)



Σχήμα (3)

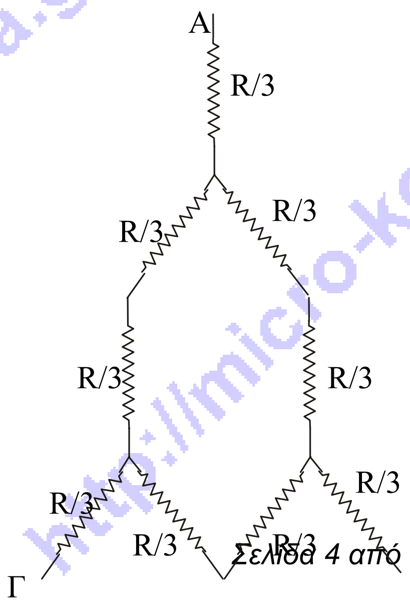
α. Στο κύκλωμα του σχήματος (1) κάθε αντιστάτης έχει αντίσταση R. Ποια θα είναι η ισοδύναμη αντίσταση R_{AB} του συστήματος των τριών αντιστατών ανάμεσα στα A και B;

β. Το τρίγωνο αυτό των αντιστάσεων θα μπορούσε να αντικατασταθεί από αστέρα τριών ίδιων αντιστατών με αντίσταση $R΄$ ο καθένας, όπως φαίνεται στο σχήμα (2). Πόση θα πρέπει να είναι η R΄, ώστε η ισοδύναμη αντίσταση R_{AB} ανάμεσα στα A και B να είναι ίδια με εκείνη του τριγώνου;

γ. Με εννέα αντιστάτες που ο καθένας έχει αντίσταση R συναρμολογούμε το κύκλωμα του σχήματος (3). Αποδείξτε ότι η ισοδύναμη αντίσταση του κυκλώματος αυτού ανάμεσα στα A και Γ είναι $R_{AΓ} = \dfrac{5}{3} R_{AB}$ (Όπου R_{AB} η ισοδύναμη αντίσταση ανάμεσα στα A και B για το κύκλωμα του σχήματος 1).

δ. Για να βρούμε μια σχέση μεταξύ της ισοδύναμης αντίστασης και της απόστασης των δύο κορυφών ανάμεσα στις οποίες υπολογίζουμε την ισοδύναμη αντίσταση, υποθέτουμε ότι αυτή μπορεί να γραφεί σαν συνάρτηση της απόστασής τους L ως: $R(L)=α L^d$, όπου α είναι μια σταθερά αναλογίας και d ο εκθέτης κλιμάκωσης. Με τη βοήθεια της σχέσης $R_{AΓ} = \dfrac{5}{3} R_{AB}$ και της παραπάνω υπόθεσης υπολογίστε τον εκθέτη κλιμάκωσης d.

(Μονάδες 20)



Συνοπτικές απαντήσεις / λύσεις:

a. $R_{AB} = \dfrac{R2R}{R+2R} = \dfrac{2R^2}{3R} = \dfrac{2R}{3}$

β. $2R΄ = \dfrac{2R}{3}$ οπότε $R΄ = \dfrac{R}{3}$

γ. Το κύκλωμα του σχήματος (3) αν αντικατασταθεί καθένα από τα τρίγωνα από τον ισοδύναμο αστέρα, μετατρέπεται στο κύκλωμα του διπλανού σχήματος.

Έτσι: $R_{ΑΓ}=\dfrac{4\frac{R}{3}\cdot 2\frac{R}{3}}{6\frac{R}{3}}+2\dfrac{R}{3}=\dfrac{10R}{9}$

Επειδή $R_{ΑΒ}=\dfrac{2R}{3}$

Προκύπτει ότι: $R_{ΑΓ}=\dfrac{5}{3}R_{ΑΒ}$

δ. Με βάση την υπόθεση που κάναμε:

$$R_{ΑΓ}=R_{2L_0}=α(2L_0)^{d} \qquad \text{και} \qquad R_{ΑΒ}=R_{L_0}=α L_0^{d}$$

Αντικαθιστώντας στην σχέση: : $R_{ΑΓ}=\dfrac{5}{3}R_{ΑΒ}$ που αποδείξαμε στο ερώτημα γ παίρνουμε:

$α(2L_0)^{d}=\dfrac{5}{3}α\, L_0^{d}$ από την οποία προκύπτει ότι:

$$α2^{d}L_0^{d}=\frac{5}{3}α\, L_0^{d} \qquad \text{οπότε} \quad 2^{d}=\frac{5}{3}$$

Λογαριθμίζοντας βρίσκουμε ότι ο εκθέτης κλιμάκωσης είναι:

$$d=\log(5/3)/\log 2=0,737$$

<u>Πειραματικό Μέρος</u> (Υπολογισμός της σταθεράς Poisson του αέρα)

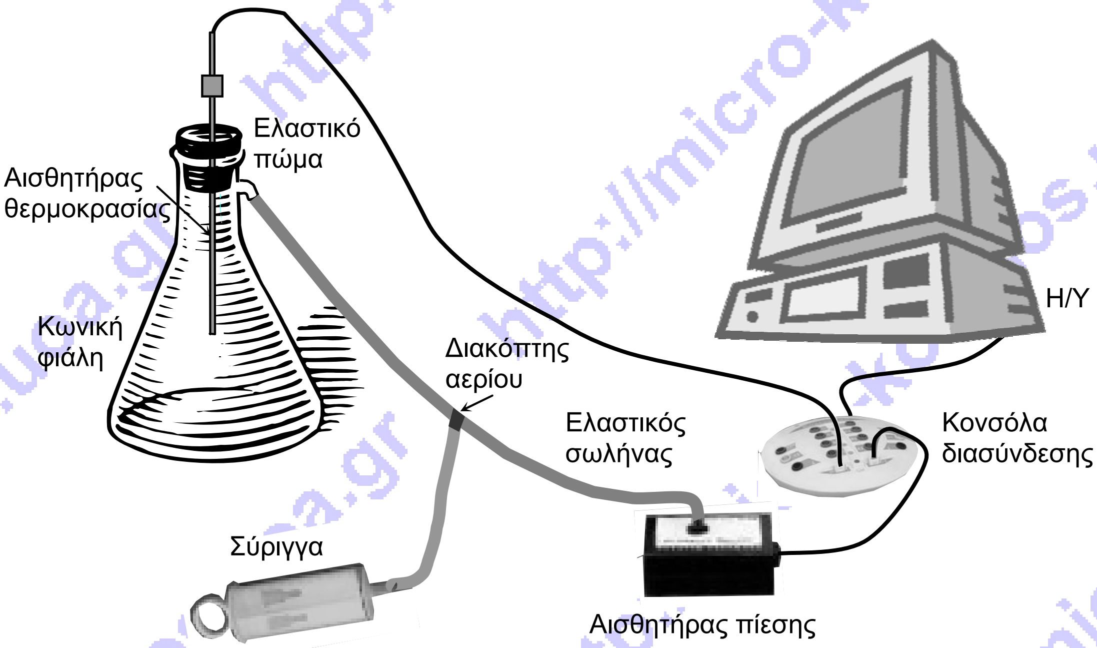
Η διασύνδεση του Ηλεκτρονικού Υπολογιστή με το φυσικό περιβάλλον μέσω αισθητήρων διευρύνει την εργαστηριακή πρακτική στο σχολικό εργαστήριο και σε πειραματικές διαδικασίες που δεν είναι εύκολο ή δυνατό να εκτελεσθούν, διότι απαιτούν μεγάλη συχνότητα μετρήσεων ή μετρήσεις μεγάλης ακρίβειας. Στο ζήτημα αυτό περιγράφεται μια πειραματική δραστηριότητα που στόχο έχει τον υπολογισμό της σταθεράς Poisson $γ$ του αέρα. Επειδή το φαινόμενο εξελίσσεται γρήγορα, θα ήταν πολύ δύσκολο να πάρουμε τις απαραίτητες μετρήσεις με ακρίβεια, χωρίς την χρήση των αισθητήρων σε διασύνδεση με τον Η/Υ.

Στην πειραματική διάταξη περιλαμβάνονται:

1. Γυάλινη κωνική φιάλη με πλευρικό στόμιο.
2. Ελαστικό πώμα.
3. Ελαστικός σωλήνας.
4. Σύριγγα.

5. Διακόπτης αερίου.
6. Αισθητήρας θερμοκρασίας. (Μετρά τη θερμοκρασία).
7. Αισθητήρας πίεσης. (Μετρά την πίεση του αέρα).
8. Κονσόλα διασύνδεσης των αισθητήρων με τον Η/Υ.
9. Ηλεκτρονικός υπολογιστής με το κατάλληλο λογισμικό για την ρύθμιση των μετρήσεων και την επεξεργασία των δεδομένων που δέχεται από τους αισθητήρες.

Η διάταξη περιγράφεται στην παρακάτω εικόνα:

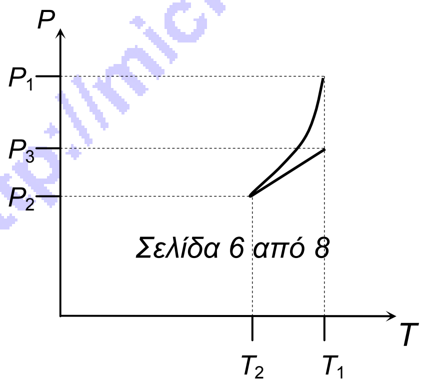


Μέσα στην κωνική φιάλη αλλά και στον ελαστικό σωλήνα και στη σύριγγα υπάρχει αέρας. Με το λογισμικό που είναι εγκατεστημένο στον Η/Υ ρυθμίζουμε, ώστε στην οθόνη να εμφανίζεται ένα διάγραμμα πίεσης-θερμοκρασίας. Επίσης ρυθμίζουμε το πρόγραμμα, ώστε η λήψη των μετρήσεων να διαρκέσει μικρό χρονικό διάστημα (40 s) και να έχουμε μεγάλη συχνότητα μετρήσεων.

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ

1. Ανοίγουμε το διακόπτη αερίου, ώστε η σύριγγα να επικοινωνεί με το δοχείο και τον αισθητήρα πίεσης, χωρίς όμως να επιτρέπει τη διαφυγή ή την είσοδο αέρα από το περιβάλλον.
2. Συμπιέζουμε τον αέρα σπρώχνοντας αργά το έμβολο της σύριγγας, ώστε μέσα της να μην μείνει καθόλου αέρας.
3. Διπλώνουμε το σωλήνα, που συνδέεται με τη σύριγγα και την αφαιρούμε, χωρίς να συμβεί διαρροή αέρα, ενώ συνεχίζουμε να κρατάμε το σωλήνα διπλωμένο.
4. Ενεργοποιούμε την καταγραφή του προγράμματος μετρήσεων.
5. Αμέσως ξεδιπλώνουμε το σωλήνα που κρατούσαμε διπλωμένο και τον ξαναδιπλώνουμε. Το ξεδίπλωμα διαρκεί, όσο διαρκεί ο ήχος από την εκροή του αέρα.

Η ποσότητα του αέρα που παρέμεινε στη φιάλη και στους σωλήνες, μπορούμε να υποθέσουμε ότι δεν πρόλαβε να



ανταλλάξει θερμότητα με το περιβάλλον κατά τη διάρκεια της εκτόνωσής της. ΠΡΟΣΟΧΗ: Αναφερόμαστε στον αέρα που δεν διέφυγε κατά το στιγμιαίο άνοιγμα του σωλήνα. Πριν το ξεδίπλωμα η ποσότητα αυτή αντιστοιχούσε σε όγκο V_1, ενώ μετά, εκτονώθηκε, ώστε να καταλαμβάνει όγκο V_2, όσος ήταν δηλαδή ο όγκος που καταλάμβανε η αρχική ποσότητα του αέρα η οποία ήταν εγκλωβισμένη στη διάταξη πριν το ξεδίπλωμα του σωλήνα.

Το διάγραμμα *P-T*, που εμφανίζεται στην οθόνη και δημιουργείται ταυτόχρονα με την εξέλιξη του φαινομένου από το λογισμικό που επεξεργάζεται τα δεδομένα των αισθητήρων πίεσης και θερμοκρασίας, έχει τη μορφή που φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

Α. Με τη βοήθεια του διαγράμματος αυτού και της περιγραφής της πειραματικής διαδικασίας κάντε ποιοτικό διάγραμμα *P-V* για τη συνολική μεταβολή που εκτέλεσε η ποσότητα του αέρα που δεν διέφυγε. Δώστε τις απαραίτητες εξηγήσεις. (Μονάδες 10)

Β. Υπολογίστε την σταθερά Poisson $\gamma=\dfrac{C_p}{C_v}$ του αέρα. Αν οι τιμές των πιέσεων που καταγράφηκαν από τον αισθητήρα πίεσης ήταν:

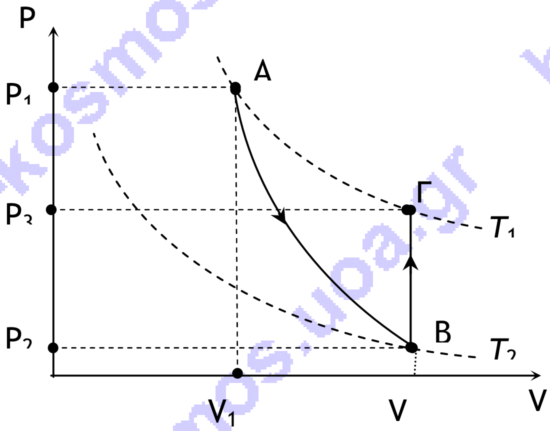
Αρχική P_1 =1,680 atm

Ελάχιστη P_2 = 0,870 atm

Τελική P_3= 1,050 atm (Μονάδες 25)

Συνοπτικές απαντήσεις / λύσεις:

Α. Η ποσότητα του αερίου που παρέμεινε στο δοχείο μετά το άνοιγμα του σωλήνα αντιστοιχούσε σε όγκο V_1.



Αυτή η ποσότητα υπέστη μια αδιαβατική εκτόνωση ΑΒ με ελάττωση της θερμοκρασίας της και κατόπιν μια ισόχωρη θέρμανση ΒΓ απορροφώντας θερμότητα μέχρι να έρθει σε θερμική ισορροπία με αυτά.Όπως φαίνεται στο διάγραμμα P-V.

Β. $T_1 P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_2 P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$ οπότε: $\dfrac{T_1}{T_2} P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$ (1) Αλλά $\dfrac{T_1}{T_2} = \dfrac{P_3}{P_2}$ (2)

Από τις (1) και (2) προκύπτει: $\dfrac{P_3}{P_2} P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$ και $\dfrac{P_3}{P_2} = \left(\dfrac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$

λογαριθμίζοντας έχουμε: $\ln\frac{P_3}{P_2}=\frac{1-\gamma}{\gamma}\ln\frac{P_2}{P_1}$ ή

$$\frac{\ln\frac{P_3}{P_2}}{\ln\frac{P_2}{P_1}}=\frac{1-\gamma}{\gamma}=\frac{1}{\gamma}-1$$ από την οποία προκύπτει γ=1,4