



ΕΝΩΣΗ ΦΥΣΙΚΩΝ ΚΥΠΡΟΥ

32η ΠΑΓΚΥΠΡΙΑ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ ΦΥΣΙΚΗΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

Κυριακή, 18 Μαρτίου 2018

Ώρα: 10:00 -13:00

Οδηγίες:

1. Το δοκίμιο αποτελείται από 10 σελίδες και δύο μέρη. Στο Μέρος Α' υπάρχουν 10 ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής απάντησης, ενώ στο Μέρος Β' υπάρχουν τέσσερα (4) θέματα.
2. Να απαντήσετε σε όλες τις ερωτήσεις του μέρους Α' και σε όλα τα θέματα του μέρους Β' θεωρώντας αμελητέα την αντίσταση του αέρα.
3. Απαντώντας ορθά τις ερωτήσεις του μέρους Α' συγκεντρώνετε σαράντα (40) μονάδες, ενώ λύνοντας ορθά τα θέματα του μέρους Β' συγκεντρώνετε άλλες εξήντα (60) μονάδες.
4. Τα σχήματα και οι εικόνες δεν είναι σχεδιασμένα υπό κλίμακα.
5. Να γράφετε όλες τις απαντήσεις στο τετράδιο των απαντήσεών σας.
6. Τα σχήματα και οι γραφικές παραστάσεις μπορούν να γίνουν και με μολύβι.
7. Οι γραφικές παραστάσεις να γίνουν στο χλίοστομετρικό χαρτί στην τελευταία σελίδα του τετραδίου απαντήσεων.
8. Τα αποτελέσματα σας να δίνονται με 3 σημαντικά ψηφία εκτός και αν οι υπολογισμοί γίνονται με τιμές από μετρήσεις, οπότε πρέπει να τηρηθούν οι κανόνες των σημαντικών ψηφίων.
9. Επιτρέπεται η χρήση μόνο μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
10. Να γράφετε με μελάνι χρώματος **ΜΠΛΕ**. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

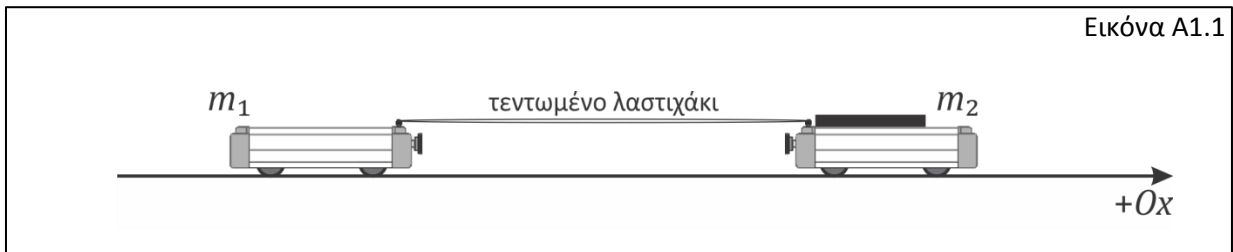
ΣΤΑΘΕΡΕΣ	
Μέτρο της επιτάχυνσης της Βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης	$ \vec{g}_o = 9,81 \text{ m/s}^2$
Σταθερά Παγκόσμιας Έλξης	$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$
Μέση ακτίνα της Γης	$R_{Γης} = 6,37 \times 10^6 \text{ m}$
Μάζα της Γης	$M_{Γης} = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$
Σταθερά Coulomb	$k = 9,00 \times 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$
Ταχύτητα του φωτός στο κενό	$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$
Φορτίο του ηλεκτρονίου	$q_e = -1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$
Φορτίο του πρωτονίου	$q_p = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$
Μάζα του ηλεκτρονίου	$m_e = 9,1094 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Μάζα του πρωτονίου	$m_p = 1,6726 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Μάζα του νετρονίου	$m_n = 1,6749 \times 10^{-27} \text{ kg}$

**ΜΕΡΟΣ Α' (ΜΟΝΑΔΕΣ 40):**

Στο μέρος Α' υπάρχουν δέκα (10) ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής απάντησης. Να απαντήσετε σε όλες τις ερωτήσεις. Όλες σας οι απαντήσεις να δοθούν στο τετράδιο απαντήσεών σας. Σε κάθε ερώτηση αντιστοιχεί μία ορθή απάντηση. Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με τέσσερις (4) μονάδες ενώ κάθε λανθασμένη απάντηση θα βαθμολογείται αρνητικά με δύο μονάδες (-2).

Ερώτηση 1.

Δύο αμαξάκια με μάζες $m_1 = 0,500 \text{ kg}$ και $m_2 = 1,000 \text{ kg}$ ενώνονται με λαστιχάκι και απομακρύνονται ώστε να τεντωθεί το λαστιχάκι όπως δείχνει η Εικόνα Α1.1 στην οποία καθορίζεται και θετική κατεύθυνση.

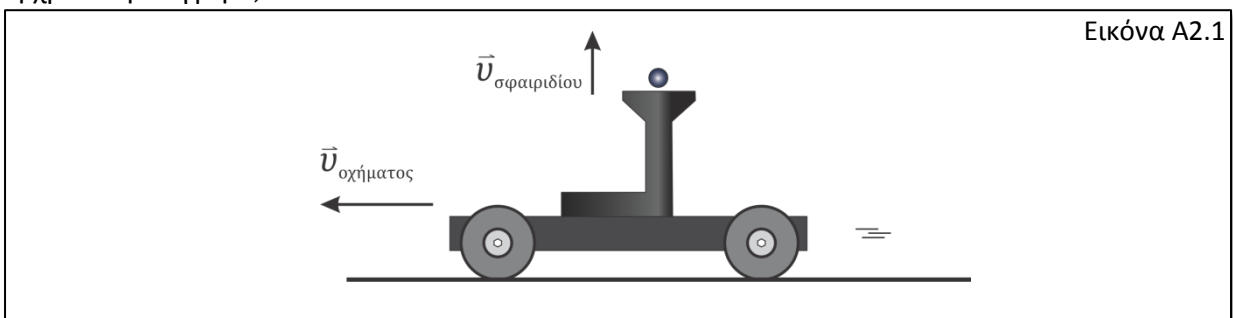


Όταν αφεθούν ελεύθερα κινούνται χωρίς τριβές και συγκρούονται πλαστικά. Μετά από την κρούση:

- Α. θα κινηθούν προς τα αρνητικά με σταθερή ταχύτητα
- Β. θα κινηθούν προς τα θετικά με σταθερή ταχύτητα
- Γ. θα κινηθούν προς τα αρνητικά με σταθερή επιτάχυνση
- Δ. θα κινηθούν προς τα θετικά με σταθερή επιτάχυνση
- Ε. θα ακινητοποιηθούν

Ερώτηση 2.

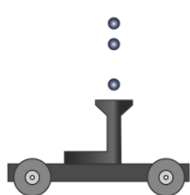
Ένα βαλλιστικό όχημα κινείται με σταθερή ταχύτητα προς τα αριστερά. Το όχημα εκτοξεύει σφαιρίδια κατακόρυφα προς τα πάνω. Τα σφαιρίδια εκτοξεύονται με σταθερή χρονική διαφορά ενός δέκατου του δευτερολέπτου και με αρχική ταχύτητα μέτρου $5,0 \text{ m/s}$. Η Εικόνα Α2.1 δείχνει τη χρονική στιγμή $0,00 \text{ s}$.



Να επιλέξετε από τα στιγμιότυπα Α, Β, Γ, Δ και Ε αυτό που δείχνει ορθά το όχημα και τα σφαιρίδια τη χρονική στιγμή $0,25 \text{ s}$, εάν αγνοήσετε την αντίσταση του αέρα.



Α.



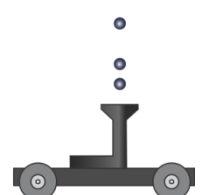
Β.



Γ.



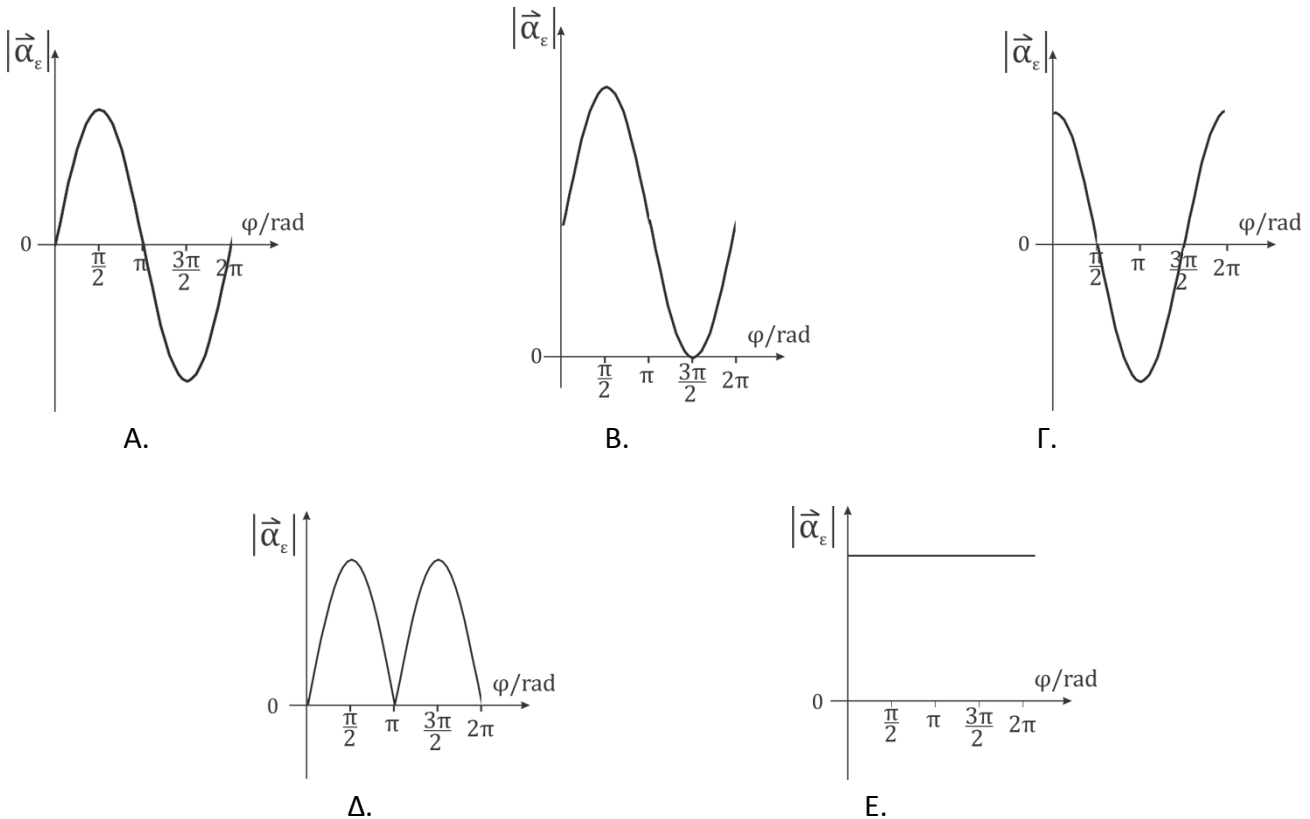
Δ.



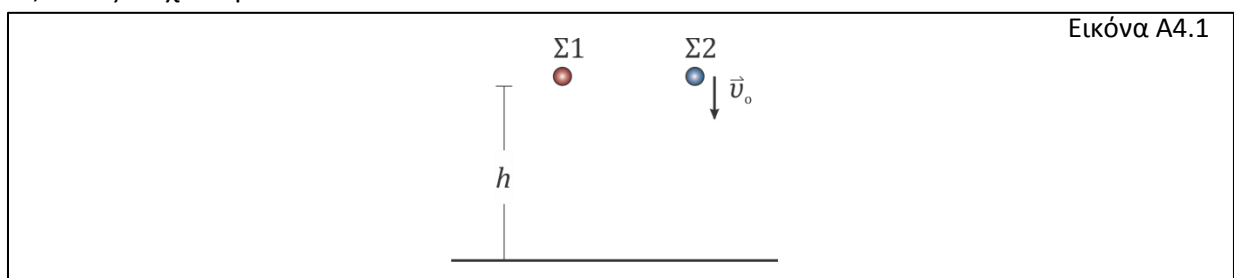
Ε.

**Ερώτηση 3.**

Σώμα κινείται στο εσωτερικό κατακόρυφης, αυλακωτής, κυκλικής τροχιάς, χωρίς απώλειες ενέργειας. Τη στιγμή $t = 0,00 \text{ s}$ βρίσκεται στο κατώτατο άκρο της. Να επιλέξετε από τα διαγράμματα Α, Β, Γ, Δ και Ε αυτό που δείχνει ορθά, σε χρονικό διάστημα μίας περιόδου, το διάγραμμα του μέτρου της επιτροχίας επιτάχυνσης συναρτήσει της γωνιάς από το κέντρο της τροχιάς που διαγράφει το σώμα.

**Ερώτηση 4.**

Δύο όμοιες σφαίρες εκτελούν ελεύθερη πτώση από μικρό ύψος h σε σχέση με το έδαφος σε ομογενές βαρυτικό πεδίο. Στη σφαίρα Σ2 προσδίδεται αρχική κατακόρυφη ταχύτητα προς τα κάτω, όπως δείχνει η Εικόνα Α4.1.



Να επιλέξετε από τις Α, Β, Γ, Δ και Ε τη δήλωση που είναι ορθή για το χρονικό διάστημα που βρίσκονται στον αέρα:

- Α. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής της σφαίρας Σ1 είναι μεγαλύτερο από της σφαίρας Σ2.
- Β. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής της σφαίρας Σ2 είναι μεγαλύτερο από της σφαίρας Σ1.
- Γ. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής είναι το ίδιο και για τις δύο σφαίρες.
- Δ. Η κινητική ενέργεια της σφαίρας Σ2 μεταβάλλεται περισσότερο από της σφαίρας Σ1.
- Ε. Δεν έχω αρκετές πληροφορίες για να απαντήσω.

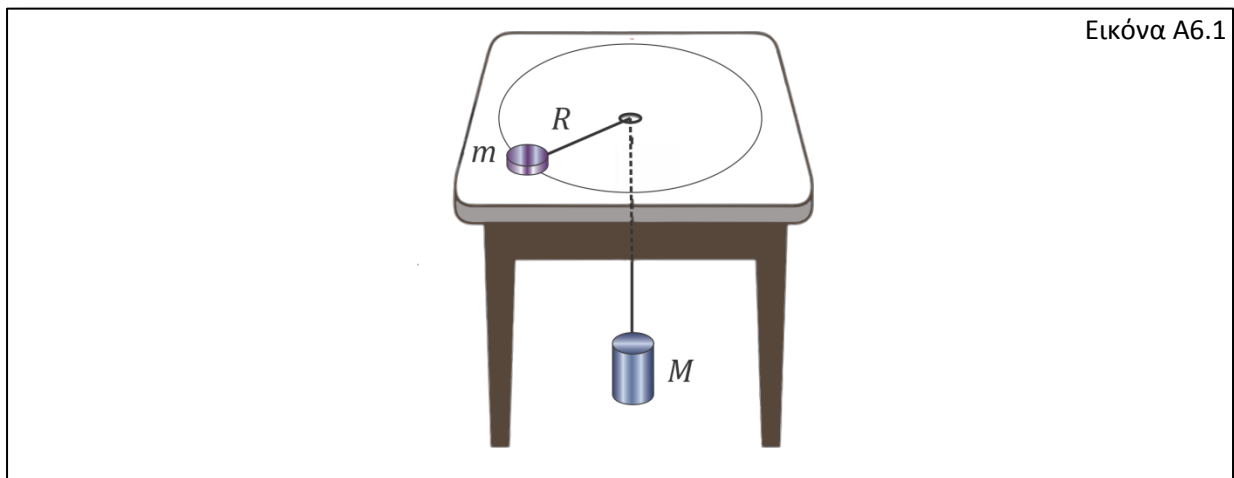
**Ερώτηση 5.**

Ένας πύραυλος εκτοξεύεται με ταχύτητα μέτρου $\sqrt{4|\vec{g}_o|R}$ από την επιφάνεια της γης (όπου R η ακτίνα της γης). Το μέτρο της ταχύτητας του όταν ο πύραυλος βρεθεί σε πάρα πολύ μεγάλη απόσταση από τη γη θα είναι:

- A. $\sqrt{|\vec{g}_o|R}$ B. $\sqrt{2|\vec{g}_o|R}$ Γ. $\sqrt{4|\vec{g}_o|R}$ Δ. $|\vec{g}_o|R$ Ε. Άλλη Απάντηση

Ερώτηση 6.

Ένας δίσκος μάζας m και ακτίνας r_δ τοποθετείται σε λεία επιφάνεια και συνδέεται μέσω νήματος με μάζα M , όπως δείχνει η Εικόνα Α6.1. Ο δίσκος κινείται με ομαλή κυκλική κίνηση στην περιφέρεια κύκλου σταθερής ακτίνας R (όπου $R \gg r_\delta$).



Να επιλέξετε την τιμή που δίνει το έργο των δυνάμεων που ασκούνται στο δίσκο καθώς αυτός θα έχει διανύσει τη μισή περιφέρεια του κύκλου.

- A. $M|\vec{g}_o|\pi R$
 B. $m|\vec{g}_o|\pi R$
 Γ. $\frac{1}{2}M|\vec{g}_o|\pi R^2$
 Δ. $M|\vec{g}_o|2R$
 Ε. Άλλη απάντηση

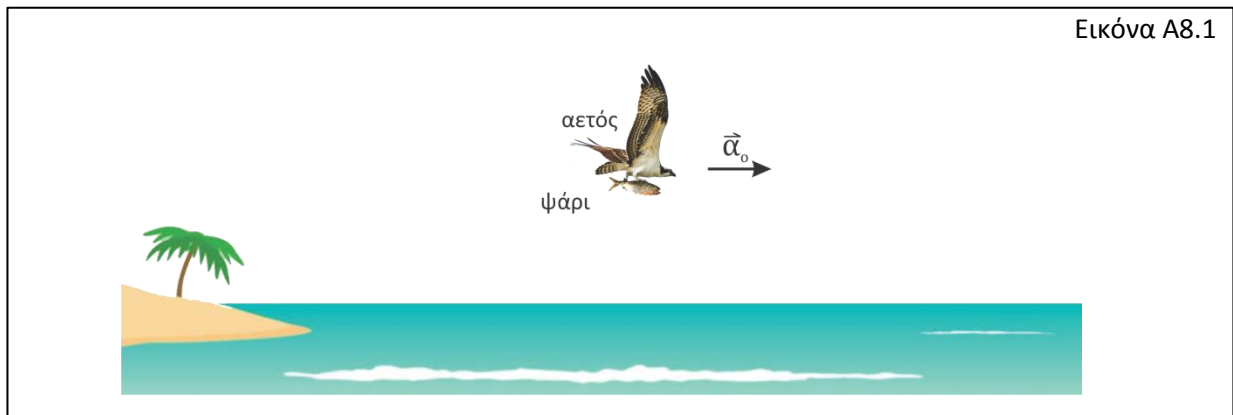
Ερώτηση 7.

Να επιλέξετε από τις Α, Β, Γ, Δ και Ε τη δύναμη της παγκόσμιας έλξης που ασκείται στο ηλεκτρόνιο του ατόμου του υδρογόνου από τον πυρήνα εάν η μέση απόσταση τους είναι $r = 5,30 \times 10^{-11}\text{m}$.

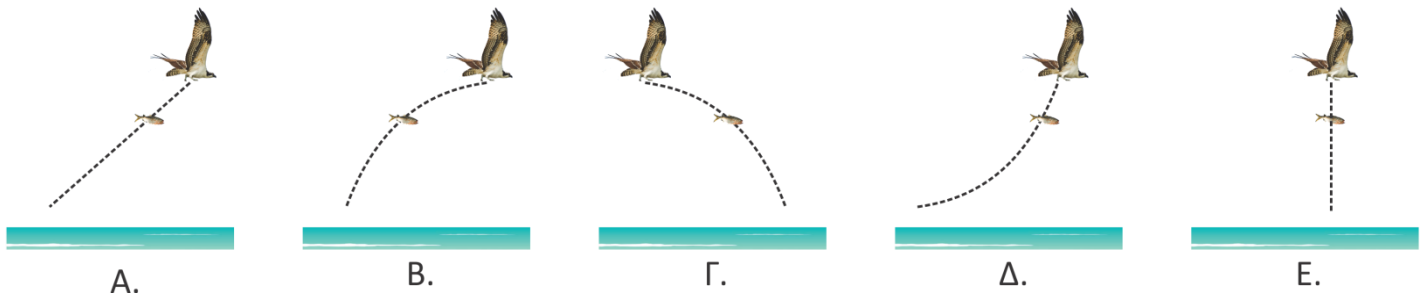
- A. $3,62 \times 10^{-47} \text{ N}$
 B. $3,48 \times 10^{-57} \text{ N}$
 Γ. $8,22 \times 10^{-8} \text{ N}$
 Δ. $4,36 \times 10^{-18} \text{ N}$
 Ε. $8,95 \times 10^{-30} \text{ N}$

Ερώτηση 8.

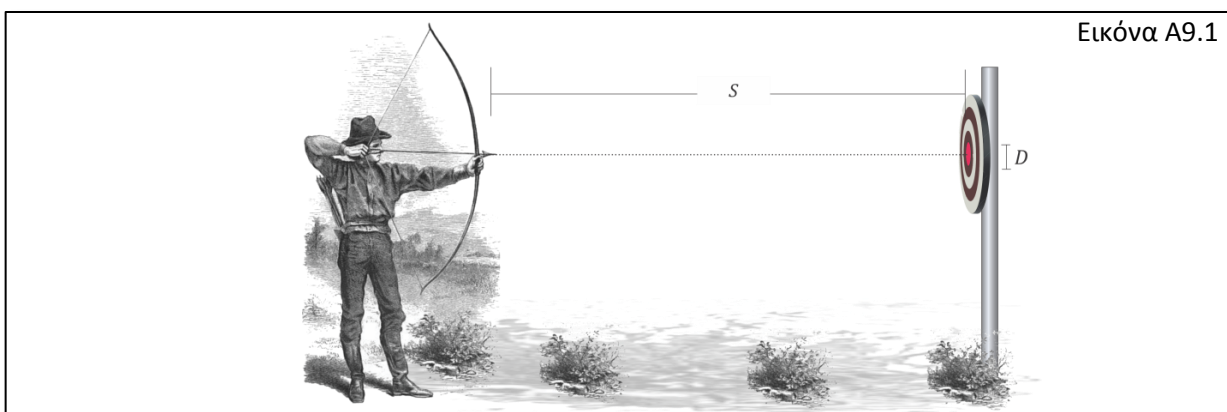
Ένας αετός πετά σε σταθερό ύψος πάνω από το επίπεδο της θάλασσας με σταθερή επιτάχυνση $\vec{a}_0$ ως προς σημείο του εδάφους της Εικόνας Α8.1.



Σε κάποια χρονική στιγμή αφήνει ελεύθερο το ψάρι που κρατά να εκτελέσει ελεύθερη πτώση. Να επιλέξετε από τις Α, Β, Γ, Δ και Ε την τροχιά που θα βλέπει ο αετός ότι ακολουθεί το ψάρι.

**Ερώτηση 9.**

Ο τοξοβόλος της εικόνας Α9.1 σημαδεύει και εκτοξεύει οριζόντια βέλος, μήκους $d = 1,00 \text{ m}$, στη διεύθυνση της διακεκομμένης γραμμής, με σκοπό να πετύχει το κέντρο του στόχου (κεντρικός κύκλος). Να θεωρήσετε ότι σχεδόν όλη η μάζα του βέλους είναι συγκεντρωμένη στην αιχμή του.

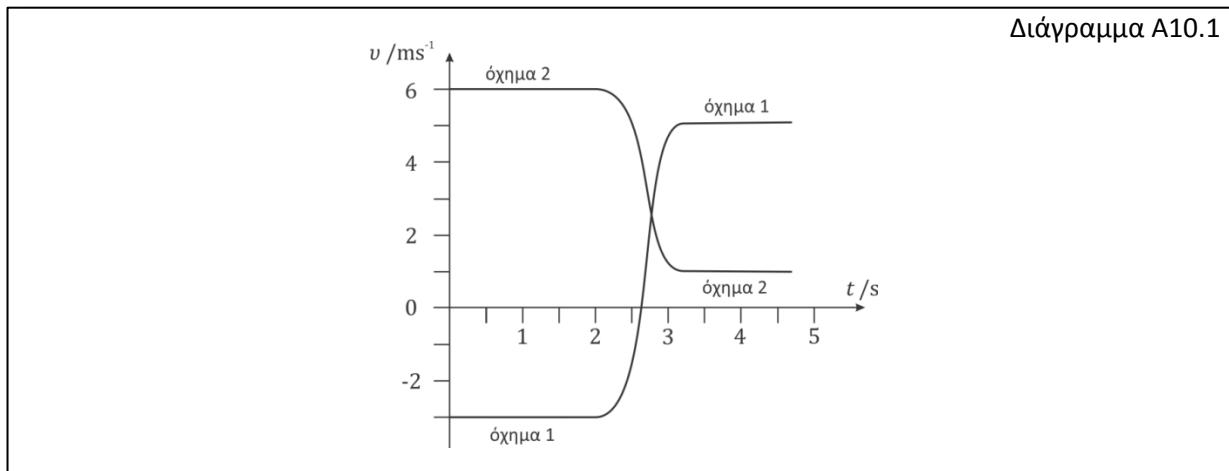


Η αιχμή του βέλους στο στιγμιότυπο της εικόνας Α9.1 απέχει απόσταση από το κέντρο του στόχου $S = 16,0 \text{ m}$ και η διάμετρος του κέντρου του στόχου είναι $D = 10,0 \text{ cm}$. Να επιλέξετε το ελάχιστο μέτρο της ταχύτητας με την οποία πρέπει να εκτοξευθεί το βέλος οριζόντια ώστε να καρφωθεί μέσα στο κέντρο του στόχου.

- Α. 105 m/s Β. 149 m/s Γ. $14,9 \text{ m/s}$ Δ. $10,5 \text{ m/s}$ Ε. 158 m/s

**Ερώτηση 10.**

Δύο οχήματα με μάζες m_1 και m_2 κινούνται στην ίδια διεύθυνση και μετά από 2,0 s συγκρούονται. Το Διάγραμμα 10.1 παριστάνει τις ταχύτητες τους σε συνάρτηση με τον χρόνο.



Ο λόγος της μάζας m_1 προς τη μάζα m_2 :

Α. 5/8

Β. 7/2

Γ. 3/4

Δ. 8/5

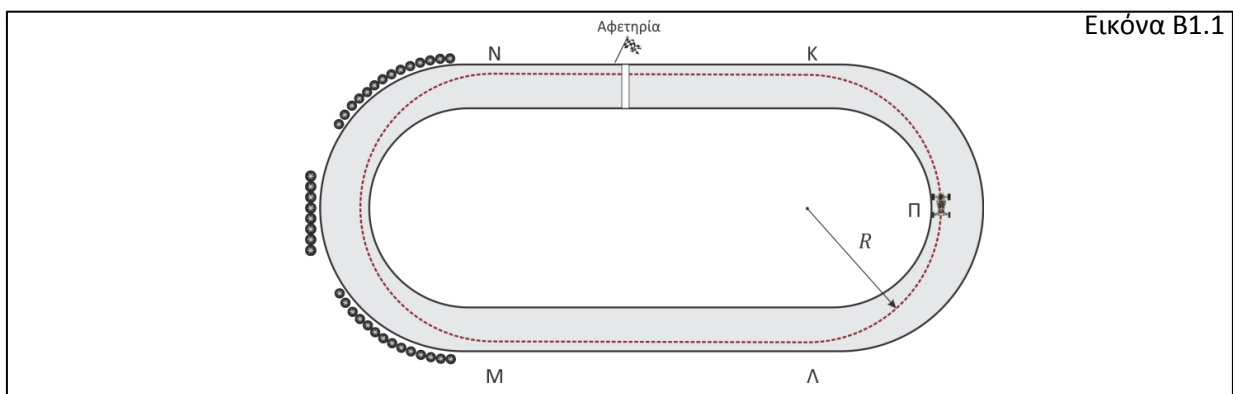
Ε. 2/7

ΜΕΡΟΣ Β' (ΜΟΝΑΔΕΣ 60):

Στο μέρος Β' υπάρχουν τέσσερα (4) θέματα. Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα. Κάθε θέμα που λύνεται ορθά βαθμολογείται με δεκαπέντε (15) μονάδες. Όλες σας οι απαντήσεις να δοθούν στο τετράδιο απαντήσεών σας. Σε όλες τις ασκήσεις που γίνεται εφαρμογή μαθηματικής σχέσης για εξαγωγή αριθμητικού αποτελέσματος πρέπει απαραίτητα να φαίνονται: η εξίσωση, η αντικατάσταση και το αποτέλεσμα.

Θέμα 1. (15 ΜΟΝΑΔΕΣ)

Ο Τιμόθεος Δημητρίου προπονείται σε οριζόντιο στίβο μηχανοκίνητου αθλητισμού για το champions Kart. Στην Εικόνα Β1.1, φαίνεται, με διακεκομμένη γραμμή, η ταχύτερη διαδρομή κατά τη διάρκεια της προπόνησης.



Στη συγκεκριμένη διαδρομή, το μέτρο της ταχύτητας ήταν συνέχεια σταθερό τόσο στα ευθύγραμμα τμήματα NK και LM όσο και στα δύο ημικυκλικά τμήματα ΚΛ και ΜΝ ακτίνας $R = 56,0 \text{ m}$.

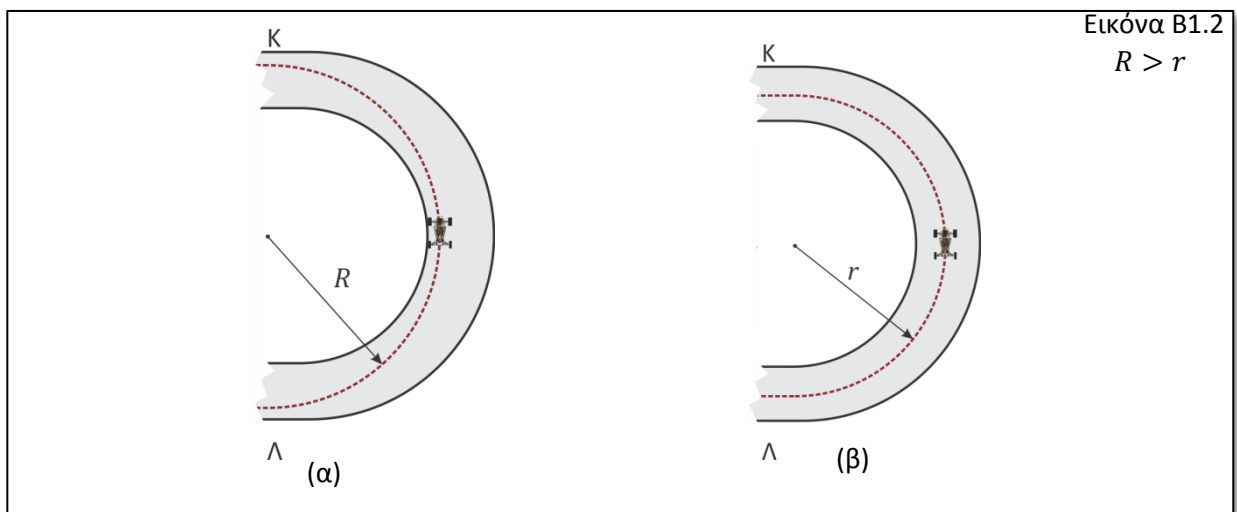
Α. Ο Τιμόθεος στην ταχύτερη του διαδρομή πέτυχε να διανύσει το ημικύκλιο $K \rightarrow \Lambda$ σε χρόνο 7,91 s.

(α) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητάς του κατά τη συγκεκριμένη διαδρομή.

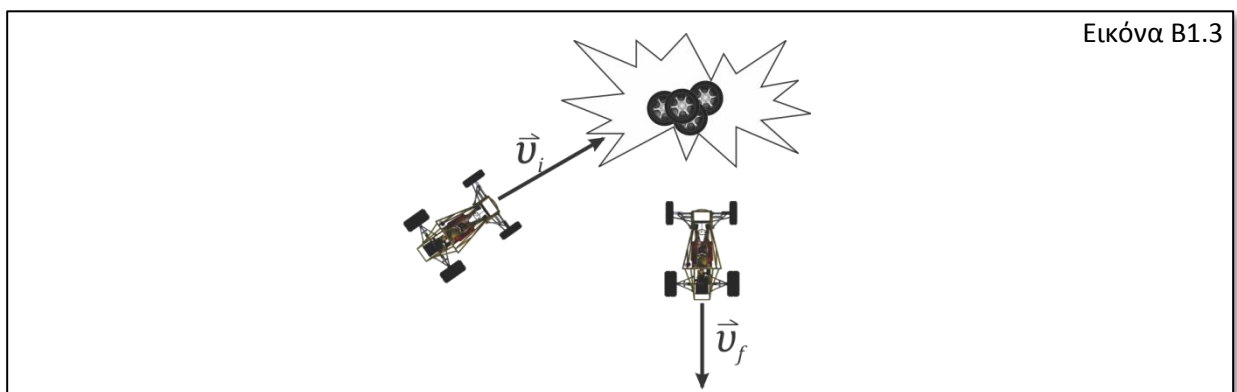
[2 μ.]



- (β) Να υπολογίσετε και να σχεδιάσετε σε διάγραμμα ελεύθερου σώματος, τη δύναμη που ασκείται στο go Kart όταν βρίσκεται στη θέση Π, εάν η συνολική μάζα οχήματος – Τιμόθεου ήταν 110 kg. [3 μ.]
- (γ) Να υπολογίσετε το συντελεστή στατικής τριβής μεταξύ των λάστιχων του go Kart και του οδοστρώματος της πίστας, θεωρώντας ότι το go Kart κινείται στα ημικύκλια οριακά χωρίς να γλιστρά. [2 μ.]
- (δ) Να εξηγήσετε γιατί ο Τιμόθεος στην ταχύτερή του διαδρομή επέλεξε το ημικύκλιο της εικόνας B1.2(α) και όχι το ημικύκλιο της Εικόνας B1.2(β). Να θεωρήσετε ότι το go Kart κινείται με ταχύτητα σταθερού μέτρου και ότι η ακτίνα r της κυκλικής τροχιάς στο ημικύκλιο (β) είναι μικρότερη από την ακτίνα R στο ημικύκλιο (α). [3 μ.]



- Β. Στο δεύτερο γύρο της διαδρομής του, ο Τιμόθεος έκανε λάθος και κτύπησε πάνω στα προστατευτικά. Το μέτρο της ταχύτητας του πριν την σύγκρουση ήταν 18,0 m/s και μετά τη σύγκρουση 12,0 m/s και η σύγκρουση διήρκησε 0,0823 s. Η αλλαγή στην κατεύθυνση της ταχύτητας του ήταν 120° δεξιόστροφα, όπως δείχνει η εικόνα B1.3.

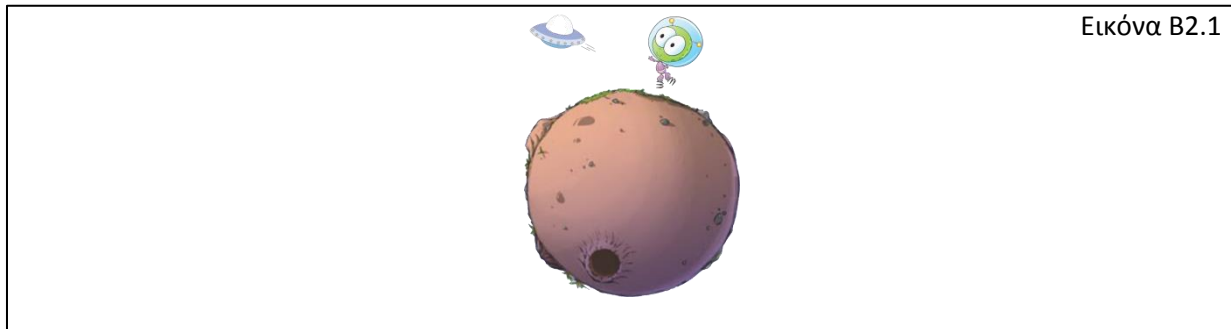


- Να υπολογίσετε τη μέση συνισταμένη δύναμη (μέτρο και κατεύθυνση) που ασκήθηκε στο go Kart κατά τη σύγκρουση. [5 μ.]



Θέμα 2. (ΜΟΝΑΔΕΣ 15)

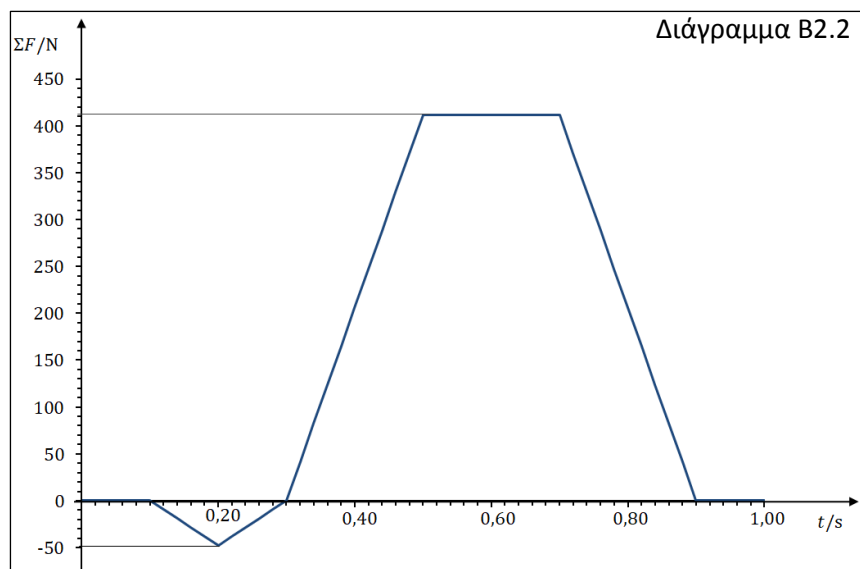
- A. Να διατυπώσετε τον γενικευμένο 2ο νόμο του Νεύτωνα για ένα σώμα. [1 μ.]
- B. Εξωγήινοι από τον πλανήτη ΙQLo επισκέφθηκαν ένα σφαιρικό αστεροειδή ακτίνας $R = 5,30 \text{ km}$ και μάζας $M = 1,247 \times 10^{15} \text{ kg}$. Η εικόνα B2.1 δείχνει τον ET1 να προσεδαφίζεται στην επιφάνεια του αστεροειδή.



- (α) Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας στην επιφάνεια του αστεροειδή. [2 μ.]
- (β) Να υπολογίσετε το ελάχιστο μέτρο της ταχύτητας που πρέπει να έχει ένα σώμα στον συγκεκριμένο αστεροειδή ώστε να διαφύγει από το βαρυτικό του πεδίο. [3 μ.]

Ο ET2 έθεσε το διαστημόπλοιο σε τροχιά με περίοδο $T = 1,36 \times 10^4 \text{ s}$ γύρω από τον αστεροειδή, μέχρι ο ET1 να συλλέξει δείγματα από την επιφάνειά του. Πρόθεση τους ήταν αφού ο ET1 τελειώσει την έρευνα του, να πετύχει την είσοδο του στο διαστημόπλοιο με επιτόπιο άλμα. Η μάζα του ET2 και του διαστημοπλοίου ήταν 960 kg .

Η γραφική παράσταση στο διάγραμμα B2.2 δείχνει την αλγεβρική τιμή της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στον ET1 συναρτήσει του χρόνου, κατά τη διάρκεια του άλματος.

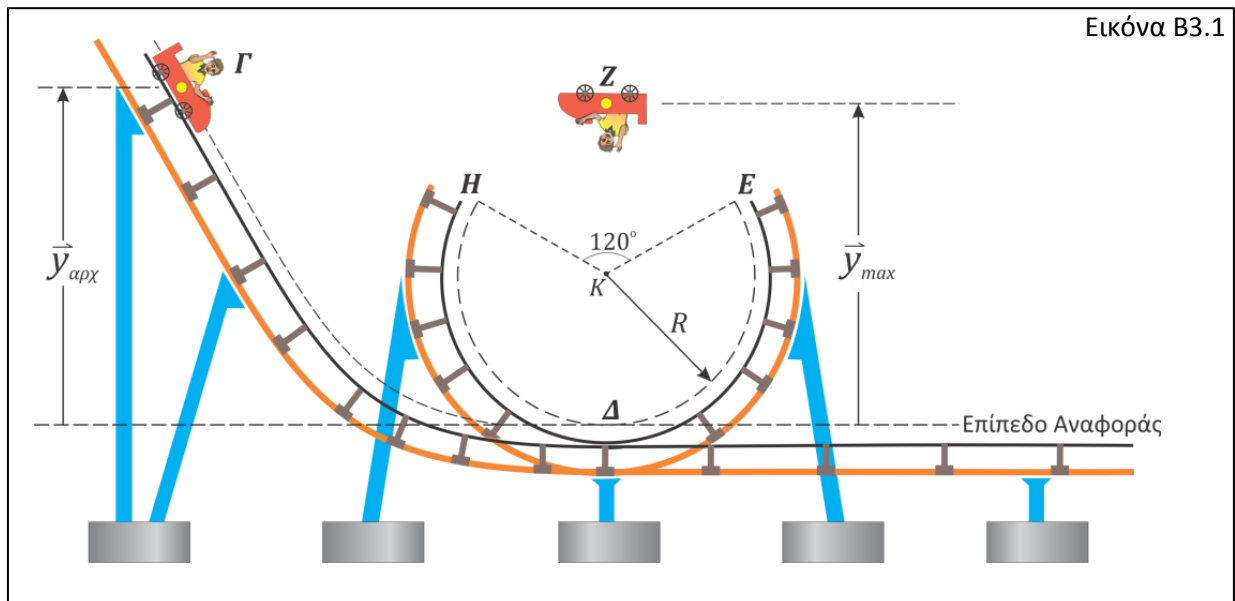


- (γ) Να αναφέρετε ποιο φυσικό μέγεθος μπορεί να υπολογιστεί από το εμβαδόν που περικλείεται ανάμεσα στην καμπύλη της αλγεβρικής τιμής της δύναμης και τον άξονα του χρόνου. [1 μ.]
- (δ) Να υπολογίσετε την τιμή της κατακόρυφης ταχύτητας που απέκτησε ο ET1 από το επιτόπιο άλμα, αν η μάζα του ήταν $40,0 \text{ kg}$. [3 μ.]
- (ε) Να υπολογίσετε τη μεταβολή στη βαρυτική δυναμική ενέργεια του ET1, από την επιφάνεια του αστεροειδή μέχρι την είσοδο του στο διαστημόπλοιο. [4 μ.]



Θέμα 3. (15 ΜΟΝΑΔΕΣ)

- A. Να γράψετε από τι εξαρτάται η τροχιά ενός βλήματος που εκτελεί ελεύθερη πτώση. [1 μ.]
- B. Το πιο επικίνδυνο Roller Coaster του κόσμου είναι ένα Roller Coaster στο οποίο ένα τμήμα της διαδρομής του είναι ανοικτό κυκλικό τόξο. Στην εικόνα B3.1 φαίνεται αυτό το τμήμα της διαδρομής. Στο σημείο E η τροχιά διακόπτεται και το βαγόνι κινείται στον αέρα μέχρι το σημείο H, το οποίο βρίσκεται ακριβώς απέναντι, στο ίδιο ύψος, με το σημείο E. Να θεωρήσετε ότι οι τριβές είναι αμελητέες σε όλα τα τμήματα της διαδρομής.



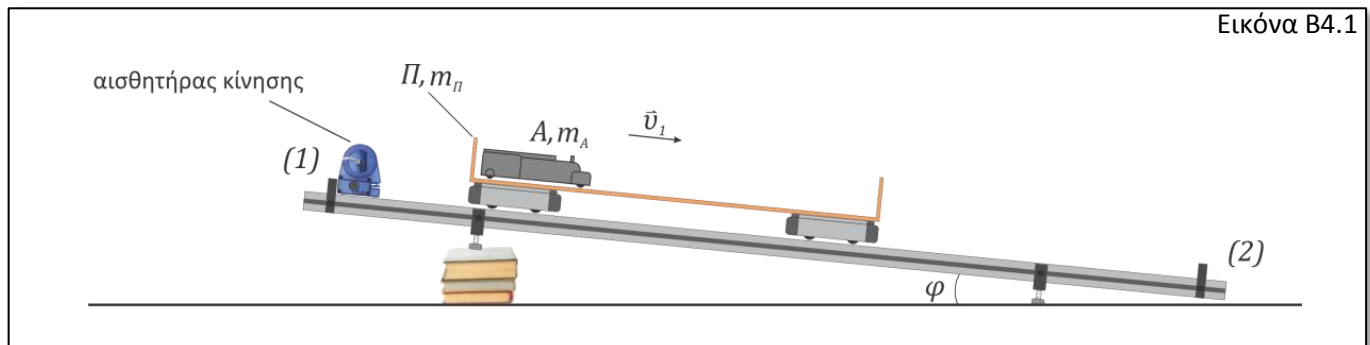
Για να κινείται το βαγόνι με ασφάλεια πρέπει να εγκαταλείπει τις ράγες στο σημείο E και να ακουμπά σε αυτές στο σημείο H. Θεωρώντας ότι το βαγόνι κινείται με ασφάλεια, να απαντήσετε τα πιο κάτω ερωτήματα.

- (α) Να υπολογίσετε, συναρτήσει της ακτίνας R και του μέτρου της επιτάχυνσης της βαρύτητας, πόσο πρέπει να είναι ακριβώς, το μέτρο της ταχύτητας του βαγονιού στη θέση E ώστε να φθάσει στη θέση H. Στην απάντησή σας να αναφέρετε όλα τα βήματα που θα ακολουθήσετε για να φθάσετε στο αποτέλεσμα. [5 μ.]
- (β) Να υπολογίσετε το μέγιστο ύψος, από το επίπεδο αναφοράς στο οποίο θα φθάσει το βαγόνι. [4 μ.]
- (γ) Να υπολογίσετε το αρχικό ύψος από το οποίο πρέπει να αφεθεί το βαγόνι να κινηθεί. [2 μ.]
- (δ) Να υπολογίσετε συναρτήσει του μέτρου της επιτάχυνσης της βαρύτητας και της μάζας του βαγονιού, το μέτρο της κάθετης δύναμης επαφής που δέχεται το βαγόνι στη θέση Δ. [3 μ.]



Θέμα 4. (15 ΜΟΝΑΔΕΣ)

Ένα όχημα Α βρίσκεται ακίνητο πάνω σε μία πλατφόρμα Π, η οποία συγκρατείται ακίνητη πάνω σε κεκλιμένο διάδρομο, στον οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές. Η πλατφόρμα έχει μάζα m_{Π} και το όχημα έχει μάζα m_A .



Εικόνα Β4.1

Τη χρονική στιγμή t_0 αφήνουμε την πλατφόρμα να κινηθεί και ταυτόχρονα το όχημα αρχίζει να κινείται με σταθερή ταχύτητα $\vec{v}_1$ ως προς την πλατφόρμα, μέσα σε αυτήν με φορά από το (1) στο (2).

(α) Ως προς τον αισθητήρα κίνησης που βρίσκεται στην κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου:

- να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του συστήματος, αν ο κεκλιμένος διάδρομος σχηματίζει γωνία $\hat{\varphi}$ με οριζόντιο επίπεδο. [2 μ.]
- να συγκρίνετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του συστήματος Πλατφόρμα – Όχημα με την επιτάχυνση της πλατφόρμας Π και την επιτάχυνση του οχήματος Α. [3 μ.]
- να αποδείξετε ότι η εξίσωση της ταχύτητας της πλατφόρμας Π δίνεται από την πιο κάτω σχέση: [3 μ.]

$$v = |\vec{g}_o| \eta \mu \hat{\varphi} \cdot t - \frac{m_A}{(m_{\Pi} + m_A)} v_1$$

- να περιγράψετε την κίνηση που εκτελεί η πλατφόρμα αναφέροντας τη φορά και το είδος της κίνησης. [1 μ.]

(β) Με τη βοήθεια του αισθητήρα κίνησης λήφθηκαν οι τιμές τις ταχύτητας της πλατφόρμας Π συναρτήσει του χρόνου, που φαίνονται στον Πίνακα 1.

Πίνακας 1.

t/s	0,50	1,00	1,20	1,50	2,50	2,80	3,00
v/ms^{-1}	-0,887	-0,375	-0,170	0,138	1,164	1,471	1,676

- Να χαράξετε τη γραφική παράσταση ταχύτητας – χρόνου από τις τιμές του Πίνακα 1 και από αυτή [3 μ.]
- να υπολογίσετε την τιμή της ταχύτητας $\vec{v}_1$ και την κλίση $\hat{\varphi}$ του διαδρόμου, αν η μάζα του οχήματος είναι 0,560 kg και της πλατφόρμας 1,040 kg. [3 μ.]



ΕΝΩΣΗ ΦΥΣΙΚΩΝ ΚΥΠΡΟΥ

32η ΠΑΓΚΥΠΡΙΑ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ ΦΥΣΙΚΗΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

Κυριακή, 18 Μαρτίου 2018

Ωρα: 10:00 -13:00

ΛΥΣΕΙΣ ΕΡΩΤΗΣΕΩΝ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ ΑΠΑΝΤΗΣΗΣ

ΜΕΡΟΣ Α'

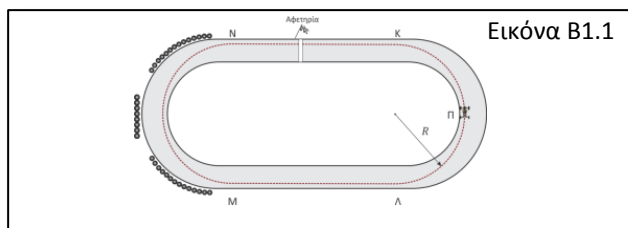
Ερώτηση 1.	E	$\Delta\Delta\text{O} + \text{πλαστική κρούση} \Rightarrow 0 = (m_1 + m_2)v' \Rightarrow v' = 0$
Ερώτηση 2.	B	Τα σφαιρίδια και το όχημα έχουν την ίδια οριζόντια ταχύτητα επομένως τα σφαιρίδια θα είναι το ένα πάνω από το άλλο ακριβώς πάνω από τον εκτοξευτήρα. Η κίνηση στον κατακόρυφο άξονα είναι ομαλά επιταχυνόμενη με αρχική θετική ταχύτητα και αρνητική σταθερή επιτάχυνση $\vec{g}_0$ επομένως σε μεταγενέστερους χρόνους θα μετατοπίζονται λιγότερο σε ίσα χρονικά διαστήματα.
Ερώτηση 3.	Δ	$ \vec{a}_\varepsilon = \vec{g}_0 \eta \mu \varphi $
Ερώτηση 4.	A	Η Σ2 μένει λιγότερο χρόνο στον αέρα αφού έχει αρχική κατακόρυφη ταχύτητα προς τα κάτω και ενώ η μεταβολή στην κινητική του ενέργεια είναι η ίδια η μεταβολή στην ορμή του Σ1 θα είναι μεγαλύτερη από τη μεταβολή της ορμής του Σ2. $\Delta p = \Sigma F \Delta t$ και αφού $\Delta t_2 < \Delta t_1$ και $\Sigma F_1 = \Sigma F_2$ άρα $\Delta p_1 > \Delta p_2$
Ερώτηση 5.	B	ΑΔΜΕ: $4m \vec{g}_0 R - 2m \vec{g}_0 R = mv'^2 \Rightarrow v' = \sqrt{2 \vec{g}_0 R}$
Ερώτηση 6.	E	Αφού ο δίσκος κινείται σε λεία επιφάνεια με ταχύτητα σταθερού μέτρου το έργο των δυνάμεων που ασκούνται σε αυτόν θα είναι μηδέν αφού η συνισταμένη δύναμη $\Sigma \vec{F}$ είναι συνεχώς κάθετη στην μετατόπιση $d\vec{r}$ του δίσκου.
Ερώτηση 7.	A	$ \vec{F} = \frac{Gm_p m_e}{r^2} = 3,62 \times 10^{-47} \text{ N}$
Ερώτηση 8.	A	$\alpha_{x,\psi A} = \alpha_{x,\psi E} - \alpha_{x,AE} = - \vec{a}_0 $: σταθ., $\alpha_{\psi,\psi A} = \alpha_{\psi,\psi E} - \alpha_{\psi,AE} = - \vec{g}_0 $: σταθ. Επομένως $\alpha_{\psi A} = \sqrt{\alpha_0^2 + g_0^2}$: σταθερό με κατεύθυνση $\hat{\varphi}_{+ox} = 180^\circ + \varepsilon \varphi^{-1}(\frac{ \vec{g}_0 }{ \vec{a}_0 })$ και αφού αρχικά $v_{o,\psi A} = 0$ ο αετός θα βλέπει το ψάρι να κινείται σε διαγώνια ευθύγραμμη τροχιά με σταθερή επιτάχυνση.
Ερώτηση 9.	B	$ \vec{v}_0 = \sqrt{\frac{ \vec{g}_0 \Delta x^2}{D}} = 149 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
Ερώτηση 10.	A	$\Delta p_{KM} = 0 \Rightarrow \left(6 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) m_2 + \left(-3 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) m_1 = \left(1 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) m_2 + \left(5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) m_1 \Rightarrow$ $5m_2 = 8m_1 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{5}{8}$

ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α'
ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΜΕΡΟΣ Β'

Προτεινόμενες Λύσεις

ΘΕΜΑ 1. (ΜΟΝΑΔΕΣ 15)

Ο Τιμόθεος Δημητρίου προπονείται σε οριζόντιο στίβο μηχανοκίνητου αθλητισμού για το champions Kart. Στην Εικόνα Β1.1, φαίνεται, με διακεκομμένη γραμμή, η ταχύτερη διαδρομή κατά τη διάρκεια της προπόνησης.



Στη συγκεκριμένη διαδρομή διατηρούσε σταθερό το μέτρο της ταχύτητάς του και κινήθηκε σε δύο ευθύγραμμα τμήματα NK και LM και δύο ημικυκλικά τμήματα ΚΛ και ΜΝ ακτίνας $R = 56,0 \text{ m}$.

Α. Ο Τιμόθεος στην ταχύτερη του διαδρομή πέτυχε να διανύσει το ημικύκλιο $K \rightarrow \Lambda$ σε χρόνο $7,91 \text{ s}$.

(α) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του κατά τη συγκεκριμένη διαδρομή.

[2 μ.]

Σχέση ή αντικατάσταση $v_{\mu, \alpha} = |\vec{v}| = \frac{s}{\Delta t} = \frac{\pi R}{\Delta t}$

Αποτέλεσμα $|\vec{v}| = 22,24 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 22,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (απάντηση σε 3 σ.ψ.)

(β) Να υπολογίσετε και να σχεδιάσετε, αφού καθορίσετε κλίμακα, τη δύναμη που ασκείται στο go Kart όταν βρίσκεται στη θέση Π, εάν η συνολική μάζα οχήματος – Τιμόθεου ήταν 110 kg .

[3 μ.]

$$|\Sigma \vec{F}| = \frac{mv^2}{R} = \frac{m}{R} \left(\frac{\pi R}{\Delta t} \right)^2 \Rightarrow |\Sigma \vec{F}| = 971,7 \text{ N} = 972 \text{ N}$$

←————— 1 cm : 200 N

(γ) Να υπολογίσετε το συντελεστή στατικής τριβής των λάστιχων του go Kart και του οδοστρώματος της πίστας, θεωρώντας ότι το go Kart κινείται στα ημικύκλια οριακά χωρίς να γλιστρά.

[2 μ.]

$$\mu = \frac{v^2}{R|\vec{g}_o|} \quad \text{ή} \quad \mu = \frac{\pi^2 R}{|\vec{g}_o| \Delta t^2} \Rightarrow \mu = 0,9003 = 0,900$$

(δ) Να εξηγήσετε γιατί ο Τιμόθεος στην ταχύτερή του διαδρομή επέλεξε το ημικύκλιο της εικόνας Β1.2(α) και όχι το ημικύκλιο της Εικόνας Β1.2(β). Να θεωρήσετε ότι το go Kart κινείται με ταχύτητα σταθερού μέτρου και ότι η ακτίνα r της κυκλικής τροχιάς στο ημικύκλιο (β) είναι μικρότερη από την ακτίνα R στο ημικύκλιο (α).

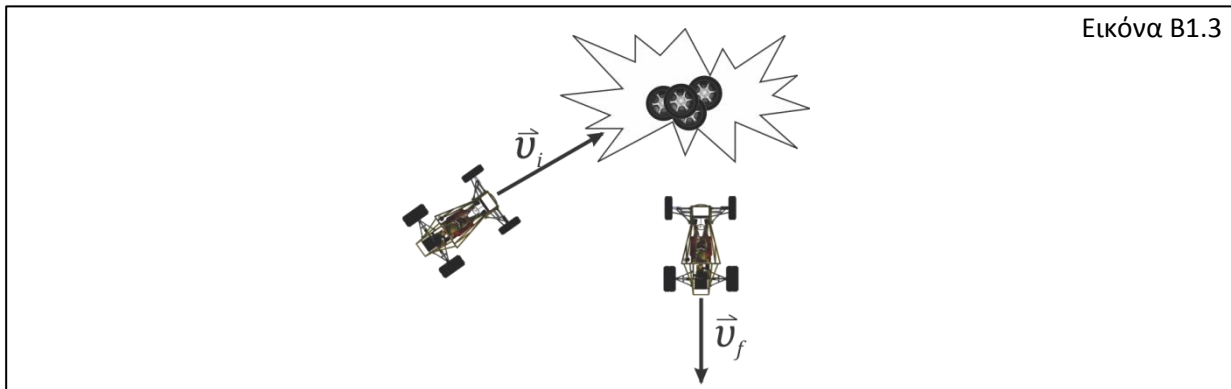
[3 μ.]



Ο συντελεστής στατικής τριβής των ελαστικών με το οδόστρωμα είναι ίδιος και στις δύο περιπτώσεις, όπως και το $|\vec{g}_o|$ και αφού $|\vec{v}_{οριακή}| = \sqrt{\mu R |\vec{g}_o|}$ για μεγαλύτερης ακτίνας κυκλική τροχιά μπορεί να έχει μεγαλύτερο μέτρο οριακής ταχύτητας στην στροφή χωρίς να ολισθήσει.



Β. Στο δεύτερο γύρο της διαδρομής του ο Τιμόθεος έκανε λάθος και κτύπησε πάνω στα προστατευτικά. Το μέτρο της ταχύτητας του πριν την σύγκρουση ήταν 18,0 m/s και μετά τη σύγκρουση 12,0 m/s και η σύγκρουση διήρκεσε 0,0823 s. Η αλλαγή στην κατεύθυνση της ταχύτητας του ήταν 120° δεξιόστροφα, όπως δείχνει η εικόνα Β1.3.

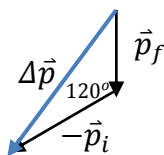


Εικόνα Β1.3

Να υπολογίσετε τη μέση συνισταμένη δύναμη (μέτρο και κατεύθυνση) που ασκήθηκε στο go Kart κατά τη σύγκρουση. [5 μ.]

Εύρεση $\Delta \vec{p}$

1ος τρόπος με το νόμο των συνημίτονων



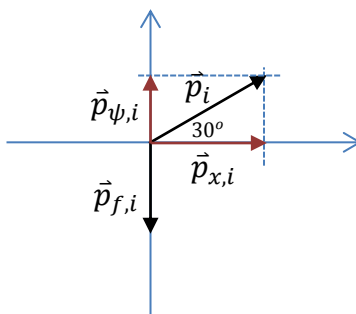
$$|\Delta \vec{p}| = \sqrt{|\vec{p}_i|^2 + |\vec{p}_f|^2 - 2|\vec{p}_i||\vec{p}_f|\cos 120^\circ}$$

$$|\Delta \vec{p}| = 2876,9 \text{ Ns} = 2880 \text{ Ns}$$

και $\varphi = 36,59^\circ = 36,6^\circ$ δεξιόστροφα της $\vec{p}_f$

2ος τρόπος με τη μέθοδο των συνιστωσών ($\vec{p}_f \parallel -O\psi$)

$$|\vec{p}_i| = m|\vec{v}_i| \text{ και } |\vec{p}_f| = m|\vec{v}_f|$$



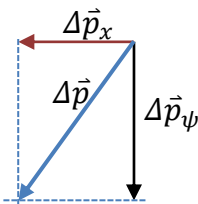
$$\Delta p_x = -|\vec{p}_{x,i}| = -m|\vec{v}_i|\cos 30^\circ$$

$$\Delta p_y = -|\vec{p}_{y,f}| - |\vec{p}_{y,i}| = -m|\vec{v}_f| - m|\vec{v}_i|\sin 30^\circ$$

$$|\Delta p| = \sqrt{\Delta p_x^2 + \Delta p_y^2} = 2880 \text{ Ns}$$

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{|\Delta p_x|}{|\Delta p_y|}$$

$$\Rightarrow \varphi = 36,6^\circ \text{ δεξιόστροφα της } \vec{p}_f$$



$$|\Sigma \vec{F}| = \frac{|\Delta \vec{p}|}{\Delta t} = 34955,9 \text{ N} = 3,50 \times 10^4 \text{ N}$$

$$\Sigma \vec{F} \parallel \Delta \vec{p}$$

ΘΕΜΑ 2. (ΜΟΝΑΔΕΣ 15)

Α. Να διατυπώσετε τον γενικευμένο 2ο νόμο του Νεύτωνα για ένα σώμα. [1 μ.]

Η συνισταμένη δύναμη, που δρα σε ένα σώμα σε κάποια χρονική στιγμή, ισούται με τον στιγμιαίο ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος αυτή τη χρονική στιγμή.

ή

$$\Sigma \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}, \quad \Delta t \text{ πολύ μικρό χρονικό διάστημα γύρω από τη χρονική στιγμή } t.$$



Β. Εξωγήινοι από τον πλανήτη ΙΟΛΟ επισκέφθηκαν ένα σφαιρικό αστεροειδή ακτίνας $R = 5,30 \text{ km}$ και μάζας $M = 1,247 \times 10^{15} \text{ kg}$. Η εικόνα Β2.1 δείχνει τον ΕΤ1 να προσεδαφίζεται στην επιφάνεια του αστεροειδή.



Εικόνα Β2.1

(α) Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας στην επιφάνεια του αστεροειδή. [2 μ.]

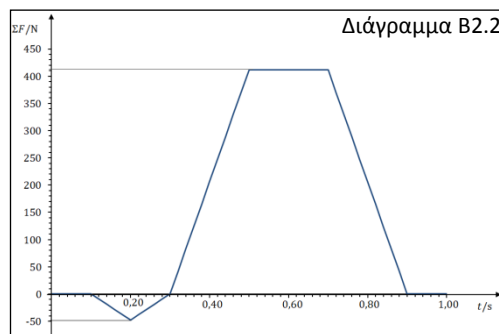
$$|\vec{g}| = \frac{GM}{R^2} = \frac{(6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}) \times (1,247 \times 10^{15} \text{ kg})}{(5,30 \times 10^3 \text{ m})^2} \Rightarrow |\vec{g}| = 2,961 \times 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 2,96 \times 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

(β) Να υπολογίσετε το ελάχιστο μέτρο της ταχύτητας που πρέπει να έχει ένα σώμα στον συγκεκριμένο αστεροειδή ώστε να διαφύγει από το βαρυτικό του πεδίο. [3 μ.]

$$\frac{1}{2}mv_{\varepsilon}^2 - \frac{GMm}{R} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} \xrightarrow{v=0 \text{ και } r \rightarrow \infty} \frac{1}{2}mv_{\varepsilon, \min}^2 - \frac{GMm}{R} = 0$$

$$|\vec{v}_{\varepsilon, \min}| = \left| \sqrt{\frac{2GM}{R_{\varepsilon}}} \right| \Rightarrow |\vec{v}_{\varepsilon, \min}| = 5,602 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 5,60 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ο ΕΤ2 έθεσε το διαστημόπλοιο σε τροχιά με περίοδο $T = 1,36 \times 10^4 \text{ s}$ γύρω από τον αστεροειδή, μέχρι ο ΕΤ1 να συλλέξει δείγματα από την επιφάνειά του. Πρόθεση τους ήταν αφού ο ΕΤ1 τελειώσει την έρευνα του, να πετύχει την είσοδο του στο διαστημόπλοιο με επιτόπιο άλμα. Η μάζα του ΕΤ2 και του διαστημοπλοίου ήταν 960 kg . Η γραφική παράσταση στο διάγραμμα Β2.2 δείχνει την αλγεβρική τιμή της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στον ΕΤ1 συναρτήσει του χρόνου, κατά τη διάρκεια του άλματος.



(γ) Να αναφέρετε ποιο φυσικό μέγεθος μπορεί να υπολογιστεί από το εμβαδόν που περικλείεται ανάμεσα στην καμπύλη της αλγεβρικής τιμής της δύναμης και τον άξονα του χρόνου. [1 μ.]

Η συνολική Ώθηση ισούται με το εμβαδόν που περικλείεται ανάμεσα στην καμπύλη της αλγεβρικής τιμής της δύναμης και τον άξονα του χρόνου.

(δ) Να υπολογίσετε την τιμή της κατακόρυφης ταχύτητας που απέκτησε ο ΕΤ1 από το επιτόπιο άλμα εάν η μάζα του ήταν $40,0 \text{ kg}$. [3 μ.]

$$\Omega = \text{Area 1} + \text{Area 2} = \frac{0,200 \text{ s} \times (-50, \text{N})}{2} + \frac{(0,200 \text{ s} + 0,600 \text{ s}) \times 410, \text{N}}{2} = 159 \text{ Ns}$$

$$\Omega = \Delta p = mv_{\varepsilon} - 0 \Rightarrow v_{\varepsilon} = 3,975 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3,98 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(ε) Να υπολογίσετε τη μεταβολή στη βαρυτική δυναμική ενέργεια του ΕΤ1, από την επιφάνεια του αστεροειδή μέχρι την είσοδο του στο διαστημόπλοιο. [5 μ.]

$$\Delta U_{\beta\alpha\rho\cdot} = U_{\beta\alpha\rho\cdot, r} - U_{\beta\alpha\rho\cdot, R} = -\frac{GMm}{r} + \frac{GMm}{R} \quad [\text{Εξ. 1}]$$

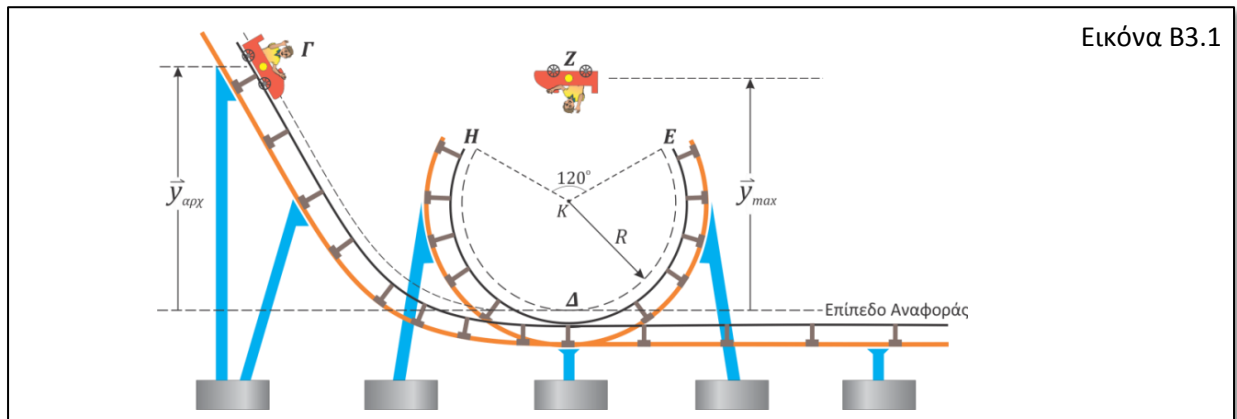
$$|\Sigma \vec{F}_{\pi\varepsilon}| = \frac{GMm}{r^2} = |\vec{F}_k| = \frac{m4\pi^2}{T^2} r \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{GM}{4\pi^2} T^2} \Rightarrow r = 7304 \text{ m} = 7,30 \times 10^3 \text{ m} \quad [\text{Εξ. 2}]$$

$$\text{Εξ. 1 και 2} \Rightarrow \Delta U_{\beta\alpha\rho\cdot} = 172,2 \text{ J} = +172 \text{ J}$$

**ΘΕΜΑ 3.** (ΜΟΝΑΔΕΣ 15)

A. Να γράψετε από τι εξαρτάται η τροχιά ενός βλήματος που εκτελεί ελεύθερη πτώση. [1 μ.]
από τις αρχικές συνθήκες ή από την αρχική ταχύτητα και αρχική θέση (σε σχέση με ένα σύστημα αναφοράς)

B. Το πιο επικίνδυνο Roller Coaster του κόσμου είναι ένα Roller Coaster στο οποίο ένα τμήμα της διαδρομής του είναι ανοικτό κυκλικό τόξο. Στην εικόνα B3.1 φαίνεται αυτό το τμήμα της διαδρομής. Στο σημείο E η τροχιά διακόπτεται και το βαγόνι κινείται στον αέρα μέχρι το σημείο H, το οποίο βρίσκεται ακριβώς απέναντι, στο ίδιο ύψος, με το σημείο E. Να θεωρήσετε ότι οι τριβές είναι αμελητέες σε όλα τα τμήματα της διαδρομής.



Για να κινείται το βαγόνι με ασφάλεια πρέπει να εγκαταλείπει τις ράγες στο σημείο E και να ακουμπά σε αυτές στο σημείο H. Θεωρώντας ότι το βαγόνι κινείται με ασφάλεια, να απαντήσετε τα πιο κάτω ερωτήματα.

(α) Να υπολογίσετε, συναρτήσει της ακτίνας R και του μέτρου της επιτάχυνσης της βαρύτητας, πόσο πρέπει να είναι ακριβώς, το μέτρο της ταχύτητας του βαγονιού στη θέση E ώστε να φθάσει στη θέση H. Στην απάντησή σας να αναφέρετε όλα τα βήματα που θα ακολουθήσετε για να φθάσετε στο αποτέλεσμα. [5 μ.]

Το βαγόνι εκτελεί πλάγια βολή μετά το E με $\vec{v}_0 = \vec{v}_E$ με βεληνεκές ίσο με την απόσταση EH (θέτουμε $\leftarrow^+$ και $\uparrow^+$)

$$\Delta\psi = |\vec{v}_E| \sin(60^\circ) t - \frac{1}{2} |\vec{g}_0| t^2 \quad (\text{εξ. 1}), \quad \Delta x = |\vec{v}_E| \cos(60^\circ) t \quad (\text{εξ. 2})$$

$$\Delta\psi = 0 \Rightarrow \left(|\vec{v}_E| \sin(60^\circ) - \frac{1}{2} |\vec{g}_0| t \right) t = 0 \Rightarrow t_0 = 0 \text{ και } t_{\text{πτήσης}} = \frac{2|\vec{v}_E| \sin(60^\circ)}{|\vec{g}_0|}$$

$$\Delta x = |\vec{v}_E| \cos(60^\circ) \frac{2|\vec{v}_E| \sin(60^\circ)}{|\vec{g}_0|} = \frac{|\vec{v}_E|^2 \sin(120^\circ)}{|\vec{g}_0|} \quad (\text{εξ. 3})$$

Από το τρίγωνο EKH εύρεση απόστασης EH

$$EH = \sqrt{2R^2 - 2R^2 \cos 120^\circ} = \sqrt{3}R \Rightarrow \Delta x = \sqrt{3}R \quad (\text{εξ. 4})$$

Αποτέλεσμα

$$\xrightarrow{\text{εξ. 4 στην εξ. 3 και λύση ως προς } |\vec{v}_E|} |\vec{v}_E| = \left| \frac{\sqrt{3}R |\vec{g}_0|}{\sin(120^\circ)} \right| = \left| \sqrt{2R |\vec{g}_0|} \right|$$



(β) Να υπολογίσετε το μέγιστο ύψος, από το επίπεδο αναφοράς στο οποίο θα φθάσει το βαγόνι. [4 μ.]
Για να φθάσει στο μέγιστο ύψος η ταχύτητά του βαγονιού στον κατακόρυφο άξονα θα μηδενιστεί επομένως

$$v_{\psi} = |\vec{v}_E| \sin(60^\circ) - |\vec{g}_o|t \Rightarrow t_{av} = \frac{|\vec{v}_E| \sin(60^\circ)}{|\vec{g}_o|}$$

Η απόσταση ΕΖ από το σημείο Ε μέχρι το σημείο Ζ ($v_{\psi} = 0$) είναι

$$\Delta\psi = |\vec{v}_E| \sin(60^\circ) \frac{|\vec{v}_E| \sin(60^\circ)}{|\vec{g}_o|} - \frac{1}{2} |\vec{g}_o| \left(\frac{|\vec{v}_E| \sin(60^\circ)}{|\vec{g}_o|} \right)^2 = \frac{|\vec{v}_E|^2 \sin^2(60^\circ)}{2|\vec{g}_o|}$$

$$\Delta\psi = \frac{2R|\vec{g}_o| \frac{3}{4}}{2|\vec{g}_o|} = \frac{3}{4}R$$

ή με ΘΔΜΕ (επίπεδο αναφοράς το ΕΗ)

$$E_{\mu\eta\chi E} = E_{\mu\eta\chi Z} \Rightarrow \frac{1}{2} m |\vec{v}_E|^2 = \frac{1}{2} m |\vec{v}_Z|^2 + m |\vec{g}_o| |\Delta\vec{\psi}| \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} |\vec{v}_E|^2 = \frac{1}{2} |\vec{v}_E|^2 \cos^2 60^\circ + |\vec{g}_o| |\Delta\vec{\psi}| \Rightarrow |\Delta\vec{\psi}| = R - \frac{1}{4}R = \frac{3}{4}R$$

Υπολογισμός της κατακόρυφης απόστασης από το σημείο Κ μέχρι το επίπεδο ΕΗ

$$h = R \cos 60^\circ = \frac{1}{2}R$$

Η απόσταση από το επίπεδο αναφοράς είναι:

$$|\vec{y}_{max}| = \frac{3}{4}R + \frac{1}{2}R + R = \frac{9}{4}R$$

(γ) Να υπολογίσετε το αρχικό ύψος από το οποίο πρέπει να αφεθεί το βαγόνι να κινηθεί. [2 μ.]

$$E_{\mu\eta\chi\Gamma} = E_{\mu\eta\chi Z} \Rightarrow m |\vec{g}_o| |\vec{y}_{\alpha\rho\chi}| = \frac{1}{2} m |\vec{v}_Z|^2 + m |\vec{g}_o| |\vec{y}_{max}| \Rightarrow$$

$$|\vec{g}_o| |\vec{y}_{\alpha\rho\chi}| = \frac{1}{2} |\vec{v}_E|^2 \cos^2(60^\circ) + |\vec{g}_o| |\vec{y}_{max}| \Rightarrow |\vec{y}_{\alpha\rho\chi}| = \frac{1}{4}R + \frac{9}{4}R = \frac{5}{2}R$$

(δ) Να υπολογίσετε συναρτήσει του μέτρου της επιτάχυνσης της βαρύτητας και της μάζας του βαγονιού, το μέτρο της κάθετης δύναμης επαφής που δέχεται το βαγόνι στη θέση Δ. [3 μ.]

ΘΔΜΕ (επίπεδο αναφοράς)

Εύρεση ταχύτητας στο Δ

$$E_{\mu\eta\chi\Gamma} = E_{\mu\eta\chi\Delta} \Rightarrow m |\vec{g}_o| |\vec{y}_{\alpha\rho\chi}| = \frac{1}{2} m |\vec{v}_\Delta|^2$$

$$\Rightarrow |\vec{v}_\Delta| = \sqrt{2 |\vec{g}_o| |\vec{y}_{\alpha\rho\chi}|} = \sqrt{5 |\vec{g}_o| R}$$

Συσχέτιση συνισταμένης με κεντρομόλο

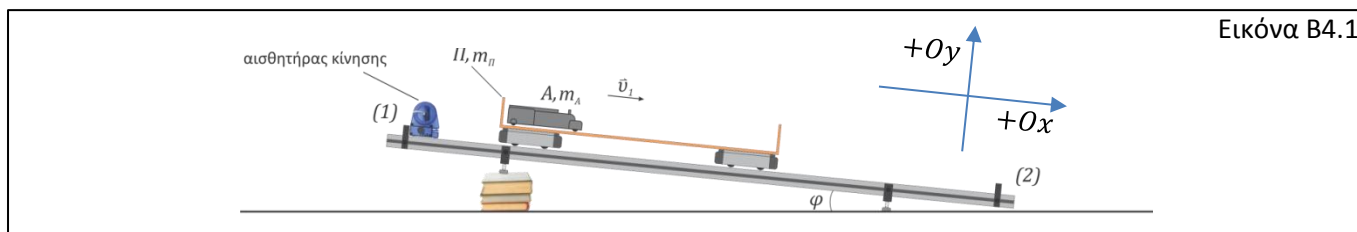
$$\Sigma F = |\vec{N}| - |\vec{B}| = F_c = \frac{m |\vec{v}_\Delta|^2}{R}$$

Αποτέλεσμα

$$|\vec{N}| = 5m |\vec{g}_o| + m |\vec{g}_o| = 6m |\vec{g}_o|$$

**ΘΕΜΑ 4.** (15 ΜΟΝΑΔΕΣ)

Ένα όχημα Α βρίσκεται ακίνητο πάνω σε μία πλατφόρμα Π, η οποία συγκρατείται ακίνητη πάνω σε κεκλιμένο διάδρομο, στο οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές. Η πλατφόρμα έχει μάζα m_{Π} και το όχημα έχει μάζα m_A .



Εικόνα Β4.1

Τη χρονική στιγμή t_0 αφήνουμε την πλατφόρμα να κινηθεί ελεύθερα και ταυτόχρονα το όχημα αρχίζει να κινείται με σταθερή ταχύτητα $\vec{v}_1$ ως προς την πλατφόρμα, μέσα σε αυτήν με φορά από το (1) στο (2).

(α) Ως προς τον αισθητήρα κίνησης που βρίσκεται στην κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου να:

- i. υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του συστήματος, αν ο κεκλιμένος διάδρομος σχηματίζει γωνία $\hat{\varphi}$ με το οριζόντιο επίπεδο. [2 μ.]

$$\Sigma \vec{F}_{εξωτερικο} = (m_A + m_{\Pi}) \vec{a}_{KM} \Rightarrow |\vec{B}_{\Pi}| \sin \varphi + |\vec{B}_A| \sin \varphi = (m_A + m_{\Pi}) |\vec{a}_{KM}|$$

$$\Rightarrow |\vec{a}_{KM}| = |\vec{g}_o| \sin \varphi \quad \text{με κατεύθυνση από το (1) } \rightarrow \text{(2)}$$

- ii. συγκρίνετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του συστήματος Πλατφόρμα – Όχημα με την επιτάχυνση της πλατφόρμας Π και την επιτάχυνση του οχήματος Α. [2 μ.]

Σχέση ή αντικατάσταση

$$\vec{a}_{KM,E} = \frac{m_A \vec{a}_{A,E} + m_{\Pi} \vec{a}_{\Pi,E}}{(m_A + m_{\Pi})}$$

Αφού το ηλεκτρικό όχημα κινείται με σταθερή ταχύτητα ως προς την πλατφόρμα

$$\vec{a}_{A,\Pi} = \vec{a}_{A,E} - \vec{a}_{\Pi,E} = 0 \Rightarrow \vec{a}_{A,E} = \vec{a}_{\Pi,E}$$

Άρα

$$\vec{a}_{KM,E} = \frac{(m_A + m_{\Pi})}{(m_A + m_{\Pi})} \vec{a}_{A,E} = \vec{a}_{\Pi,E}$$

Όλα τα σώματα του συστήματος κινούνται με την επιτάχυνση του ΚΜ

- iii. να αποδείξετε ότι η ταχύτητα της πλατφόρμας Π δίνεται από την πιο κάτω σχέση: [3 μ.]

$$v = |\vec{g}_o| \eta \mu \varphi \cdot t - \frac{m_A}{(m_{\Pi} + m_A)} v_1$$

Σχέση ταχύτητας ΚΜ (Οx άξονας)

$$v_{KM,E} = \frac{m_A v_{A,E} + m_{\Pi} v_{\Pi,E}}{(m_A + m_{\Pi})} \Rightarrow |\vec{g}_o| \sin \varphi \cdot t = \frac{m_A v_{A,E} + m_{\Pi} v_{\Pi,E}}{(m_A + m_{\Pi})}$$

Σχετικές ταχύτητες

$$v_{A,\Pi} = v_{A,E} - v_{\Pi,E} = v_1 \Rightarrow v_{A,E} = v_1 + v_{\Pi,E}$$

Άρα

$$|\vec{g}_o| \sin \varphi t = \frac{m_A (v_1 + v_{\Pi,E}) + m_{\Pi} v_{\Pi,E}}{(m_A + m_{\Pi})} \Rightarrow v_{\Pi,E} = |\vec{g}_o| \sin \varphi \cdot t - \frac{m_A}{(m_A + m_{\Pi})} v_1$$



- iv. να περιγράψετε την κίνηση που εκτελεί η πλατφόρμα αναφέροντας τη φορά και το είδος της κίνησης.
[1 μ.]

Η πλατφόρμα εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση παράλληλα με το κεκλιμένο επίπεδο με σταθερή επιτάχυνση κατεύθυνσης από το (1) → (2) και αρχική ταχύτητα κατεύθυνσης από το (2) → (1). (Εάν θέσουν σύστημα αξόνων μπορούν να αναφερθούν σε θετικά και αρνητικά)

ή

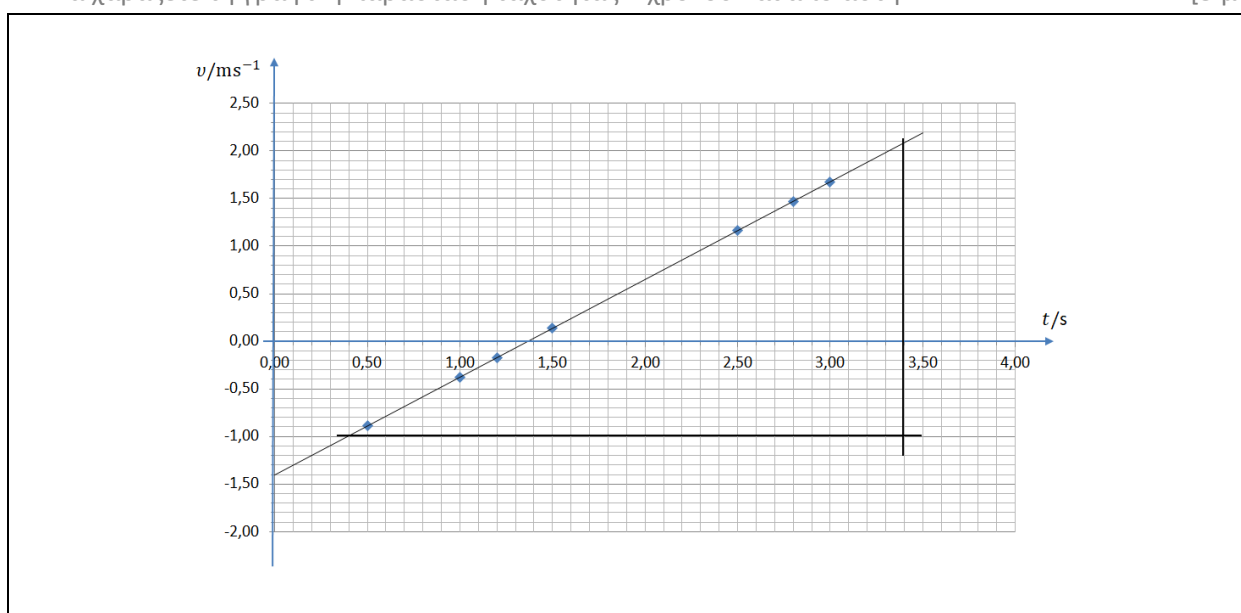
Εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση παράλληλα με το κεκλιμένο επίπεδο αρχικά προσεγγίζει τον αισθητήρα, σταματά και μετά απομακρύνεται από τον αισθητήρα.

(β) Τελικά από τον αισθητήρα κίνησης καταγράφηκαν οι μετρήσεις του πιο κάτω Πίνακα:

t/s	0,50	1,00	1,20	1,50	2,50	2,80	3,00
v/ms^{-1}	-0,887	-0,375	-0,170	0,138	1,164	1,471	1,676

- i. Να χαράξετε τη γραφική παράσταση ταχύτητας – χρόνου και από αυτή

[3 μ.]



- ii. να υπολογίσετε την τιμή της ταχύτητας $\vec{v}_1$ και την κλίση $\hat{\varphi}$ του διαδρόμου, αν η μάζα του οχήματος είναι 0,560 kg και της πλατφόρμας 1,040 kg.

[3 μ.]

(i) Υπολογισμός κλίσης

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(2,10 + 1,00) \text{ m/s}}{(3,40 - 0,40) \text{ s}} = 1,0333 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1,03 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(ii) Υπολογισμός φ

$$\sin \varphi = 0,1053 \Rightarrow \hat{\varphi} = 6,05^\circ$$

(iii) Επέκταση της ευθείας και εύρεση τομής με τον άξονα της v

$$-\frac{m_A}{(m_A + m_{\Pi})} v_1 = -1,40 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow v_1 = 4,03 \text{ m/s}$$

ΤΕΛΟΣ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΩΝ ΛΥΣΕΩΝ