

# ΕΝΩΣΗ ΚΥΠΡΙΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ

28<sup>Η</sup> ΠΑΓΚΥΠΡΙΑ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

Κυριακή, 13 Απριλίου, 2014

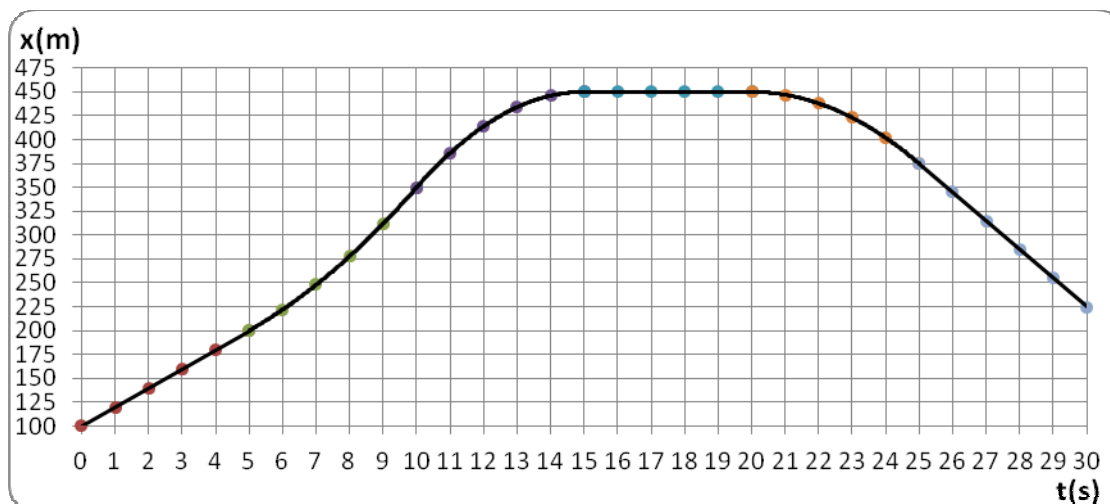
Ώρα: 10:00 - 13:00



## Οδηγίες:

- 1) Το δοκίμιο αποτελείται από τρεις (3) σελίδες και πέντε (5) θέματα.
- 2) Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα του δοκιμίου.
- 3) Επιτρέπεται η χρήση μόνο μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- 4) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- 5) Επιτρέπεται η χρήση ΜΟΝΟ μπλε μελανιού. (Οι γραφικές παραστάσεις μπορούν να γίνουν και με μολύβι).
- 6) Τα σχήματα των θεμάτων δεν είναι υπό κλίμακα.
- 7) Δίνεται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$

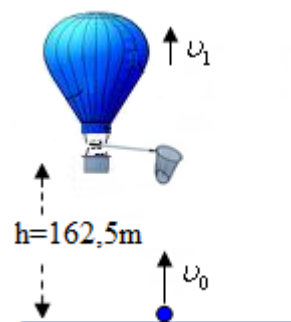
**Θέμα 1<sup>ο</sup> (μον.25):** Δίνεται η γραφική παράσταση θέσης – χρόνου για ένα κινητό που κινείται ευθύγραμμα, όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα. Θεωρήστε θετική φορά κίνησης, την κίνηση προς τα δεξιά.



Το κινητό εκτελεί ομαλές και ομαλά μεταβαλλόμενες κινήσεις. Από τη χρονική στιγμή  $t_0=0$  και κάθε 5s αλλάζει το είδος της κίνησης του, εκτελώντας συνολικά έξι (6) διαφορετικές κινήσεις.

- α) Να χαρακτηρίσετε τα είδη των κινήσεων που εκτελεί το κινητό. (μ.3)
- β) Να υπολογίσετε το διάστημα που διανύει το κινητό και τη μετατόπισή του για τα 30s της κίνησής του. (μ.2)
- γ) Να υπολογίσετε τη μέση αριθμητική και τη μέση διανυσματική ταχύτητα του κινητού στη διάρκεια των 30s της κίνησής του. (μ.2)
- δ) Να χαράξετε (σε βαθμολογημένους) άξονες τη γραφική παράσταση διαστήματος – χρόνου, του πιο πάνω κινητού. (μ.3)
- ε) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κινητού στα αντίστοιχα χρονικά διαστήματα των διαφορετικών κινήσεών του. (μ.9)
- στ) Να χαράξετε (σε βαθμολογημένους άξονες) τη γραφική παράσταση επιτάχυνσης – χρόνου, του πιο πάνω κινητού. (μ.3)
- ζ) Να χαράξετε (σε βαθμολογημένους άξονες) τη γραφική παράσταση ταχύτητας – χρόνου, του πιο πάνω κινητού. (μ.3)

**Θέμα 2<sup>ο</sup> (μον.20):** Αερόστατο κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω με σταθερή ταχύτητα  $u_1=2,5\text{m/s}$ . Όταν το αερόστατο βρίσκεται σε ύψος  $h=162,5\text{m}$  από το έδαφος, εκτοξεύεται κατακόρυφα από το έδαφος εξοπλισμός μάζας  $4\text{Kg}$  με ταχύτητα  $u_0=60\text{m/s}$ . Οι επιβαίνοντες στο αερόστατο έχουν δύο προσπάθειες να πιάσουν τον εξοπλισμό με ειδική απόχρη. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για τον εξοπλισμό.



Αν τη χρονική στιγμή  $t_0=0$  το αερόστατο βρισκόταν σε ύψος  $10\text{m}$  από έδαφος και η ταχύτητά του ήταν η  $u_1$ , τότε:

**A)** Να υπολογίσετε:

**α)** τη χρονική στιγμή που εκτοξεύεται ο εξοπλισμός. **(μ.2)**

**β)** τις χρονικές στιγμές που γίνονται οι προσπάθειες από τους επιβαίνοντες να πιάσουν τον εξοπλισμό. **(μ.5)**

**γ)** το ύψος του αερόστατου από το έδαφος, τις χρονικές στιγμές που γίνονται οι προσπάθειες από τους επιβαίνοντες να πιάσουν τον εξοπλισμό. **(μ.2)**

**δ)** την ταχύτητα του εξοπλισμού (μέτρο, διεύθυνση, φορά), τις χρονικές στιγμές που γίνονται οι προσπάθειες από τους επιβαίνοντες να πιάσουν τον εξοπλισμό. **(μ.4)**

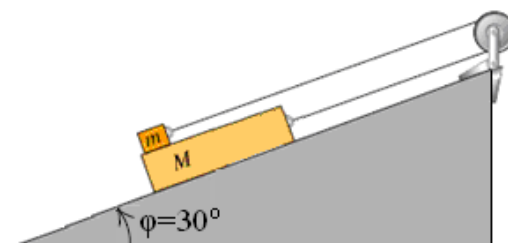
**ε)** τη χρονική στιγμή και το ύψος στο οποίο θα βρίσκεται το αερόστατο, αν αποτύχουν να πιάσουν τον εξοπλισμό και αυτός φτάνει στο έδαφος. **(μ.2)**

**B)** Να χαράξετε σε κοινό διάγραμμα τη γραφική παράσταση της κατακόρυφης θέσης σε σχέση με το χρόνο, του αερόστατου και του εξοπλισμού, από τη χρονική στιγμή  $t_0=0$  ως τη χρονική στιγμή που αν δεν πιάσουν τον εξοπλισμό οι επιβαίνοντες στο αερόστατο, αυτός φτάνει στο έδαφος. Θεωρήστε ως αρχή του συστήματος αναφοράς το έδαφος. **(μ.5)**

**Θέμα 3<sup>ο</sup> (μον.20): A)** Τα σώματα με μάζες  $M=1,2\text{Kg}$  και  $m=0,3\text{Kg}$  του διπλανού σχήματος μπορούν να ολισθαίνουν χωρίς την παρουσία τριβής.

(Δίνονται:  $\eta\mu 30^\circ=0,5$ ,  $\sigma\upsilon\nu 30^\circ=0,866$ )

**α)** Να μεταφέρετε το σχήμα στο τετράδιο των απαντήσεων σας, να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται πάνω σε κάθε ένα από τα δύο σώματα, να τις συμβολίσετε και να τις ονομάσετε (π.χ. σύμβολο δύναμης: B, ονομασία δύναμης: Βάρος). **(μ.4)**



**β)** Να γράψετε ποιες από τις δυνάμεις αυτές αποτελούν ζεύγος δράσης – αντίδρασης. **(μ.1)**

**γ)** Να γράψετε ποιες από τις δυνάμεις αυτές έχουν ίσο μέτρο σύμφωνα με τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα. (Πραγματοποιήστε όπου χρειάζεται την κατάλληλη ανάλυση δυνάμεων.) **(μ.2)**

**δ)** Να εφαρμόσετε το 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα για κάθε ένα σώμα ξεχωριστά. **(μ.2)**

**ε)** Να υπολογίσετε την επιτάχυνση με την οποία κινείται το κάθε σώμα. **(μ.2)**

**στ)** Να υπολογίσετε το μέτρο όλων των δυνάμεων που ασκούνται στα δύο σώματα. **(μ.4)**

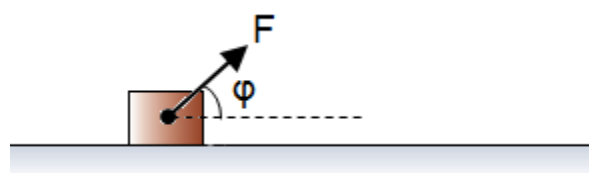
**B)** Ένα σώμα μάζας  $m=10\text{kg}$  ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Στο σώμα ασκείται δύναμη  $F=140\text{N}$  η οποία σχηματίζει γωνία  $\phi=53^\circ$  με το οριζόντιο επίπεδο.

(Δίνονται:  $\eta\mu 53^\circ=0,8$ ,  $\sigma\upsilon\nu 53^\circ=0,6$ )

Να υπολογίσετε:

**α)** Τη δύναμη που δέχεται το σώμα από το οριζόντιο επίπεδο. **(μ.2)**

**β)** Την επιτάχυνση (μέτρο, διεύθυνση, φορά) με την οποία κινείται το σώμα. **(μ.3)**



**Θέμα 4<sup>ο</sup> (μον.20):** Οι μαγνήτες  $M_1$  και  $M_2$  με βάρη 50,0N και 30,0N αντίστοιχα, ισορροπούν με τη βοήθεια των νημάτων και του κατακόρυφου τοίχου, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα (τριβές μεταξύ των μαγνητών και του τοίχου δεν υπάρχουν). Τα δύο νήματα είναι δεμένα σε καρφή στο σημείο O. Τα νήματα με τα οποία είναι δεμένοι οι  $M_1$ ,  $M_2$  σχηματίζουν γωνίες με τον τοίχο  $\phi=20^\circ$  και  $\theta=30^\circ$  αντίστοιχα. Οι δυνάμεις αλληλεπίδρασης μεταξύ των δύο μαγνητών έχουν διεύθυνση κατακόρυφη.

(Δίνονται:  $\eta\mu 20^\circ=0,342$ ,  $\sigma\upsilon\nu 20^\circ=0,940$ ,  $\eta\mu 30^\circ=0,5$ ,  $\sigma\upsilon\nu 30^\circ=0,866$ )

Αν ο λόγος των μέτρων των τάσεων των νημάτων είναι 4/1, τότε:

**α)** Να μεταφέρετε το σχήμα στο τετράδιο των απαντήσεων σας, να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε ένα από τα δύο σώματα, να τις συμβολίσετε και να τις ονομάσετε (π.χ. σύμβολο δύναμης: B, ονομασία δύναμης: Βάρος). **(μ.4)**

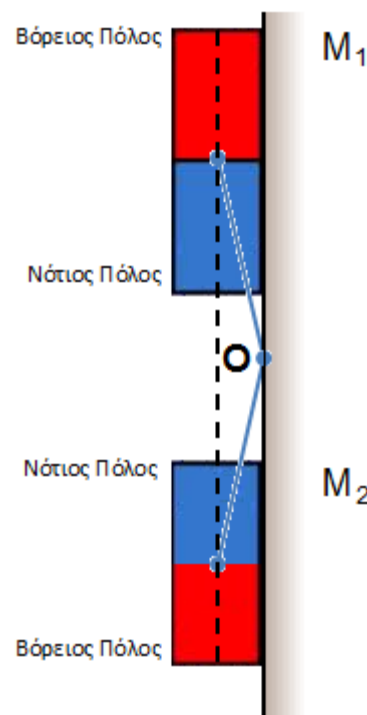
**β)** Να υπολογίσετε:

**ι)** τις τάσεις των νημάτων. **(μ.6)**

**ιι)** Τις δυνάμεις αλληλεπίδρασης μεταξύ των δύο μαγνητών. **(μ.2)**

**ιιι)** Τη συνισταμένη δύναμη που δέχεται ο τοίχος από τους δύο μαγνήτες (μέτρο, διεύθυνση, φορά). **(μ.3)**

**γ)** Αν το καρφή στο O θεωρηθεί ότι είναι αβαρές, να υπολογίσετε τη συνισταμένη δύναμη που δέχεται το καρφή από τον τοίχο (μέτρο, διεύθυνση, φορά). **(μ.5)**



**Θέμα 5<sup>ο</sup> (μον.15): Α)** Κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση με επιτάχυνση  $\alpha$ , όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Τη χρονική στιγμή  $t_0=0$  βρίσκεται στην αρχική θέση  $x_0$  με αρχική ταχύτητα  $u_0$ .

Έστω  $t_1$  μια τυχαία χρονική στιγμή. Για κάθε  $\underline{1s}$  που περνάει μετά τη χρονική στιγμή  $t_1$  διανύει  $\underline{4m}$  περισσότερα από ότι διανύει στο προηγούμενο  $\underline{1s}$  της κίνησής του.

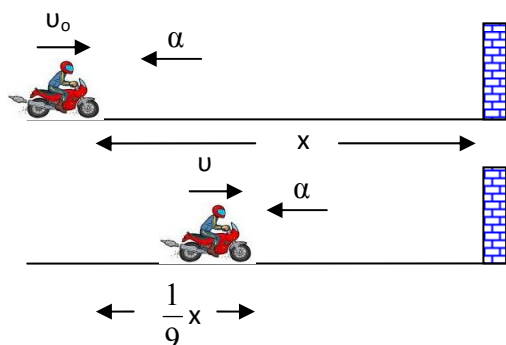
Να δείξετε ότι αυτό συμβαίνει για οποιαδήποτε χρονική στιγμή  $t_1 \geq 0$  και για οποιαδήποτε αρχική ταχύτητα  $u_0 \geq 0$ , όταν η επιτάχυνση  $\alpha=4m/s^2$ . **(μ.8)**



**Β)** Ο οδηγός μιας μοτοσικλέτας κινείται οριζόντια προς κατακόρυφο τοίχο, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Τη χρονική στιγμή  $t_0=0$  έχει αρχική ταχύτητα  $u_0$  και επιβραδύνεται ομαλά με επιτάχυνση  $\alpha$ .

Επίσης τη χρονική στιγμή  $t_0=0$ , ο οδηγός εκπέμπει ήχο μικρής διάρκειας. Ο ήχος ανακλάται στον τοίχο και τη χρονική στιγμή  $t$  τον ακούει ο οδηγός. Τη στιγμή που ακούει τον ήχο, έχει ταχύτητα  $u=u_0/3$  και έχει διανύσει το  $1/9$  της απόστασης που είχε από τον τοίχο τη στιγμή της εκπομπής του ήχου (όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα).

Αν η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι  $u_{\eta\chi\omicron\upsilon}=340m/s$ , να βρείτε την αρχική ταχύτητα  $u_0$  της μοτοσικλέτας. **(μ.7)**



*Τέλος*

# ΕΝΩΣΗ ΚΥΠΡΙΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ

28<sup>Η</sup> ΠΑΓΚΥΠΡΙΑ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

Κυριακή, 13 Απριλίου, 2014

Ώρα: 10:00 - 13:00



## Προτεινόμενες Λύσεις:

### Θέμα 1<sup>ο</sup> (μον.25):

α)  $0 \rightarrow 5s$ : Ε.Ο.Κ.,  $5s \rightarrow 10s$ : Ε.Ο. Επιταχυνόμενη Κ.,

$10s \rightarrow 15s$ : Ε.Ο. Επιβραδυνόμενη Κ.,  $15s \rightarrow 20s$ : Ακίνητο,

$20s \rightarrow 25s$ : Ε.Ο. Επιταχυνόμενη Κ. (προς τα αριστερά),

$25 \rightarrow 30s$ : Ε.Ο.Κ. (προς τα αριστερά). **(μ.3)**

β) Τη χρονική στιγμή  $t_0=0$ :  $x_0=100m$ , τη χρονική στιγμή  $t_4=20s$ :  $x_4=450m$ ,

τη χρονική στιγμή  $t_6=30s$ :  $x_6=225m$ . Ακόμα τη χρονική στιγμή  $t_4$  αλλάζει η φορά της κίνησης.

Από  $t_0=0 \rightarrow t_4=20s$ : μετατόπιση  $\Delta x_4=450 - 100=350m$  (προς τα δεξιά).

Από  $t_4=20s \rightarrow t_6=30s$ : μετατόπιση  $\Delta x_6=225 - 450= -225m$  (225m προς τα αριστερά).

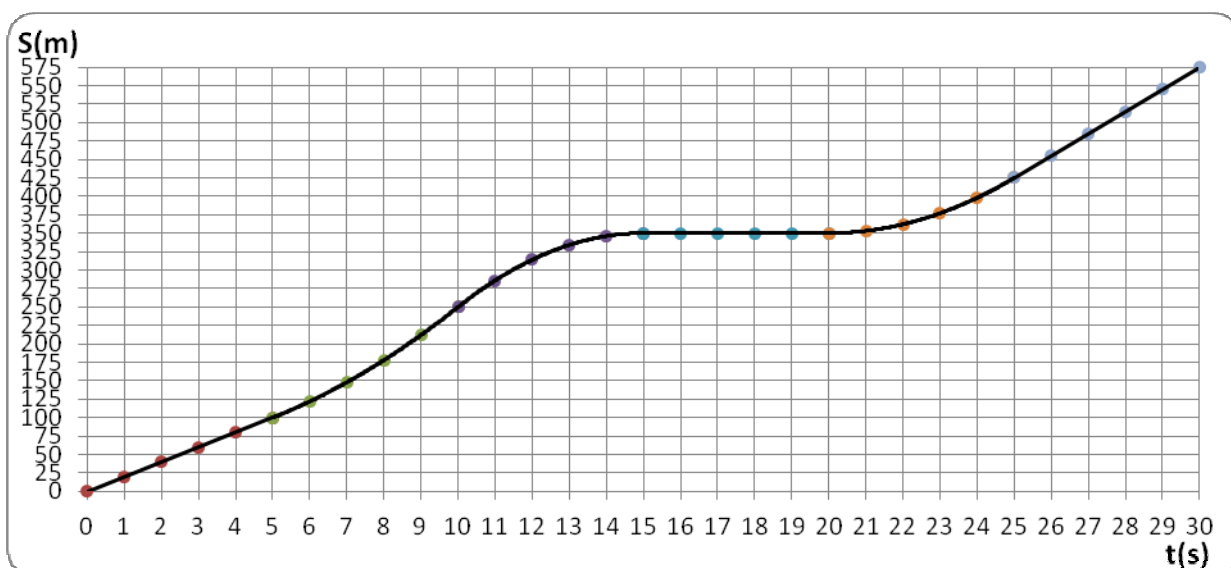
Άρα το διάστημα που διανύει το κινητό από  $t_0=0 \rightarrow t_6=30s$ :  $S=|\Delta x_4|+|\Delta x_6|=350+225=575m$ . **(μ.1)**

Η μετατόπιση του κινητού από  $t_0=0 \rightarrow t_6=30s$ :  $\Delta x=225-100=125m$  (προς τα δεξιά). **(μ.1)**

γ) Μέση αριθμητική ταχύτητα  $u_a = \frac{S}{t_{ολ}} = \frac{575}{30} = 19,17m/s$  **(μ.1),**

Μέση διανυσματική ταχύτητα  $u_s = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{125}{30} = 4,17m/s$  **(μ.1).**

δ) **(μ.3)**



ε)  $0 \rightarrow 5s$ :  $\alpha_1=0$  (Ε.Ο.Κ.), τη χρονική στιγμή  $t_1=5s$ :  $u_1 = \frac{200-100}{5-0} \Rightarrow u_1=20m/s$ . (μ.1)

$5s \rightarrow 10s$ :  $\Delta x=350-200=150m$ , επειδή  $\Delta x=u_1 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot \alpha_2 \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow 150=20 \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot \alpha_2 \cdot 5^2 \Rightarrow \alpha_2=4m/s^2$  (προς

τα δεξιά). Τη χρονική στιγμή  $t_2=10s$ :  $u_2=u_1 + \alpha_2 \cdot \Delta t \Rightarrow u_2=20+4 \cdot 5 \Rightarrow u_2=40m/s$ . (μ.2)

$10s \rightarrow 15s$ :  $\Delta x=450-350=100m$ , επειδή  $\Delta x=u_2 \cdot \Delta t - \frac{1}{2} \cdot \alpha_3 \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow 100=40 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot \alpha_3 \cdot 5^2 \Rightarrow \alpha_3=8m/s^2$

(προς τα αριστερά). Τη χρονική στιγμή  $t_3=15s$ :  $u_3=0$ . (μ.2)

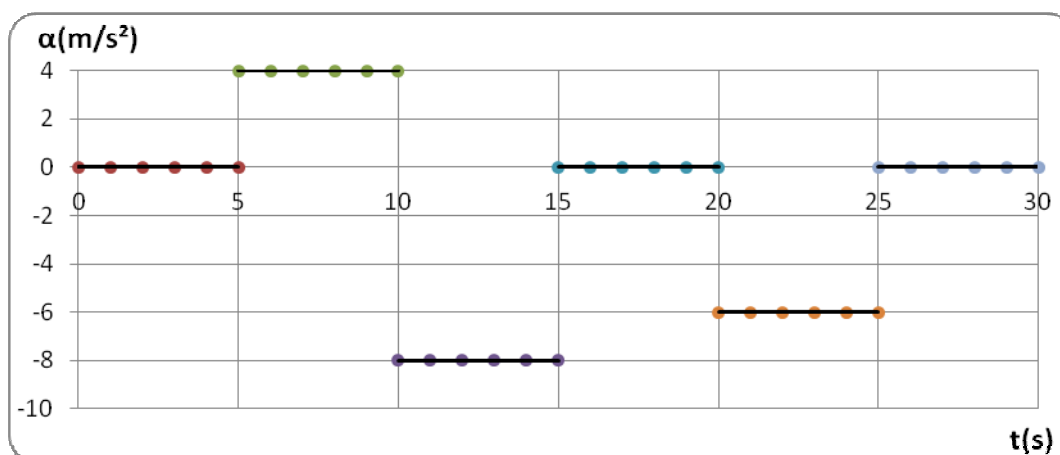
$15s \rightarrow 20s$ :  $\alpha_4=0$ . Τη χρονική στιγμή  $t_4=20s$ :  $u_4=0$ . (μ.1)

$20s \rightarrow 25s$ :  $\Delta x=375-450=-75m$ , επειδή  $\Delta x=-\frac{1}{2} \cdot \alpha_5 \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow -75=-\frac{1}{2} \cdot \alpha_5 \cdot 5^2 \Rightarrow \alpha_5=6m/s^2$  (προς τα

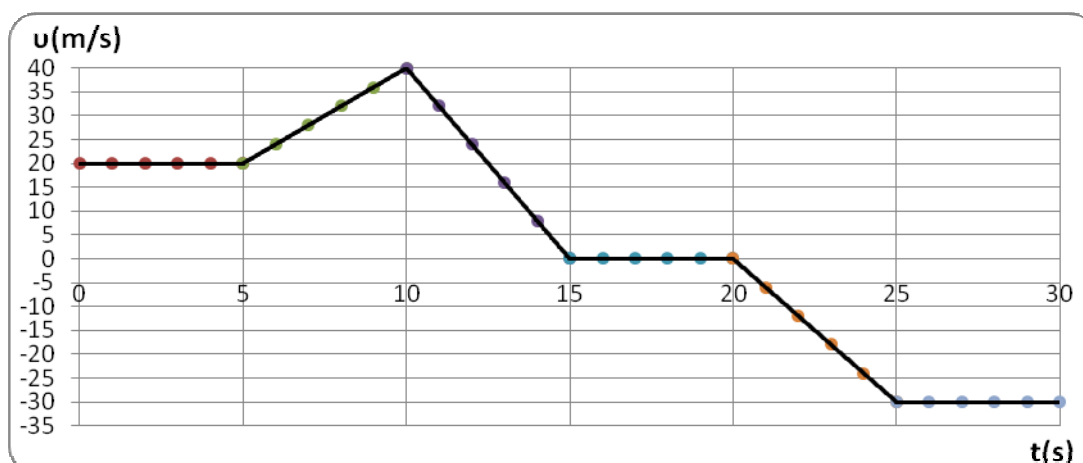
αριστερά). Τη χρονική στιγμή  $t_5=25s$ :  $u_5=-\alpha_5 \cdot \Delta t \Rightarrow u_5=-6 \cdot 5 \Rightarrow u_5=-30m/s$  (40m/s προς τα αριστερά). (μ.2)

$25s \rightarrow 30s$ :  $\alpha_6=0$  (Ε.Ο.Κ.), τη χρονική στιγμή  $t_6=30s$ :  $u_6 = \frac{225-375}{30-25} \Rightarrow u_6=-30m/s$  (30m/s προς τα αριστερά). (μ.1)

στ) (μ.3)



ζ) (μ.3)



**Θέμα 2<sup>ο</sup> (μον.20):**

**Α) α)** Τη χρονική στιγμή  $t_0=0$  η θέση του αερόστατου  $y_0=10\text{m}$ , τη χρονική στιγμή  $t_h$  που εκτοξεύεται ο εξοπλισμός η θέση του αερόστατου  $y_h=h=162,5\text{m}$ .

Το αερόστατο εκτελεί Ε.Ο.Κ. επομένως:  $y_h - y_0 = u_1 \cdot (t_h - t_0) \Rightarrow 162,5 - 10 = 2,5 \cdot (t_h - 0) \Rightarrow t_h = 61\text{s}$ . (μ.2)

**β)** Έστω  $t$  η χρονική στιγμή που γίνεται η προσπάθεια από τους επιβαίνοντες να πιάσουν τον εξοπλισμό. Τη χρονική στιγμή αυτή, η κατακόρυφη θέση του αερόστατου θα είναι η ίδια με την κατακόρυφη θέση του εξοπλισμού, που εκτελεί κατακόρυφη βολή προς τα πάνω.

Επομένως για το αερόστατο:  $y = h + u_1 \cdot \Delta t$  (1), όπου  $\Delta t = t - t_h$  (2),

$$\text{για τον εξοπλισμό: } y = u_0 \cdot \Delta t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t)^2 \text{ (3). (μ.1)}$$

$$(1), (3) \Rightarrow h + u_1 \cdot \Delta t = u_0 \cdot \Delta t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t)^2 + (u_1 - u_0) \cdot \Delta t + h = 0 \Rightarrow 5 \cdot (\Delta t)^2 - 57,5 \cdot \Delta t + 162,5 = 0 \Rightarrow$$

$$\Delta t_1 = 5\text{s (ο εξοπλισμός ανεβαίνει } \uparrow) \text{ ή } \Delta t_2 = 6,5\text{s (ο εξοπλισμός κατεβαίνει } \downarrow). \text{ (μ.2)}$$

Επομένως οι χρονικές στιγμές που γίνονται η προσπάθειες από τους επιβαίνοντες να πιάσουν τον εξοπλισμό θα είναι:  $\Delta t_1 = 5\text{s}$ , (2)  $\Rightarrow t_1 = 66\text{s}$  και  $\Delta t_2 = 6,5\text{s}$ , (2)  $\Rightarrow t_2 = 67,5\text{s}$ . (μ.2)

**γ)** Για  $\Delta t_1 = 5\text{s}$ , (1)  $\Rightarrow y_1 = 162,5 + 2,5 \cdot 5 \Rightarrow y_1 = 175\text{m}$  (μ.1) και για

$$\Delta t_2 = 6,5\text{s}, (1) \Rightarrow y_2 = 162,5 + 2,5 \cdot 6,5 \Rightarrow y_2 = 178,75\text{m}. \text{ (μ.1)}$$

**δ)** Για τον εξοπλισμό θα ισχύει:  $u = u_0 - g \cdot \Delta t$  (4).

Επομένως: για  $\Delta t_1 = 5\text{s}$ , (4)  $\Rightarrow u_{\varepsilon 1} = 60 - 10 \cdot 5 \Rightarrow u_{\varepsilon 1} = 10\text{m/s}$  (διεύθυνση κατακόρυφη φορά προς τα πάνω) (μ.2) και για

$$\Delta t_2 = 6,5\text{s}, (4) \Rightarrow u_{\varepsilon 2} = 60 - 10 \cdot 6,5 \Rightarrow u_{\varepsilon 2} = -5\text{m/s (διεύθυνση κατακόρυφη φορά προς τα κάτω). (μ.2)}$$

**ε)** Έστω  $t$  η χρονική στιγμή που ο εξοπλισμός φτάνει στο έδαφος, οπότε για  $y=0$ , (3)  $\Rightarrow$

$$0 = 60 \cdot \Delta t - 5 \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow \Delta t = 12\text{s}. \text{ Οπότε η (2) } \Rightarrow t = 73\text{s}. \text{ (μ.1)}$$

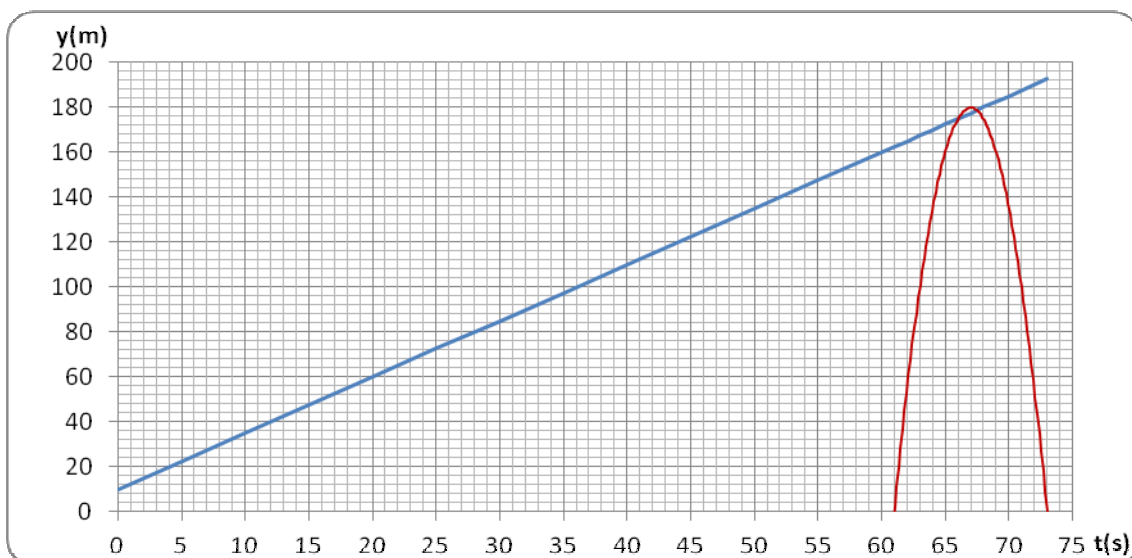
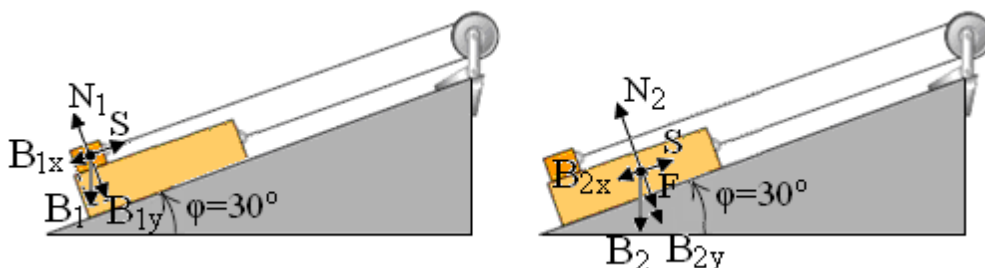
Το ύψος στο οποίο θα βρίσκεται το αερόστατο θα είναι:

$$\text{για } \Delta t = 12\text{s}, (1) \Rightarrow y = 162,5 + 2,5 \cdot 12 \Rightarrow y_1 = 192,5\text{m}. \text{ (μ.1)}$$

**Β)** Θα χρειαστεί ακόμα να υπολογιστεί η χρονική στιγμή και το μέγιστο ύψος στο οποίο φτάνει ο εξοπλισμός. Στο μέγιστο ύψος  $u_{\varepsilon} = 0$ , οπότε (4)  $\Rightarrow 0 = 60 - 10 \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = 6\text{s}$ . Άρα η (2)  $\Rightarrow t = 67\text{s}$  και η

$$(3) \Rightarrow y = 60 \cdot 6 - 5 \cdot (6)^2 \Rightarrow y = 180\text{m}. \text{ (μ.2)}$$

Γραφική (μ.3)

**Θέμα 3<sup>ο</sup> (μον.20):****A)**

**α)** Στο σώμα μάζας  $m$  ασκούνται το βάρος  $B_1$ , η αντίδραση του επιπέδου  $N_1$  και η τάση του νήματος  $S$ . Στο σώμα μάζας  $M$  ασκούνται το βάρος  $B_2$ , η αντίδραση του επιπέδου  $N_2$ , η τάση του νήματος  $S$  και η δύναμη  $F$  που ασκείται από το σώμα μάζας  $m$ . **(μ.4)**

**β)** Το σώμα μάζας  $m$  ασκεί στο σώμα μάζας  $M$  δύναμη  $F$  και το σώμα μάζας  $M$  ασκεί στο σώμα μάζας  $m$  δύναμη  $N_1$ . Οι δυνάμεις αυτές  $F$ ,  $N_1$  έχουν ίσο μέτρο σύμφωνα με τον 3<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα, άρα  $|F| = |N_1|$  (1). **(μ.1)**

**γ)** Σύμφωνα με τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα: για το σώμα μάζας  $m$ :  $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_1 - B_{1y} = 0 \Rightarrow N_1 = B_{1y}$  (2) **(μ.1)**  
και για το σώμα μάζας  $M$ :  $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_2 - B_{2y} - F = 0 \Rightarrow N_2 = B_{2y} + F$  (3). **(μ.1)**

**δ)** Επειδή  $M > m$ , το σώμα μάζας  $M$  θα κινηθεί προς τα κάτω και το σώμα μάζας  $m$  προς τα πάνω, στο κεκλιμένο επίπεδο.

Εφαρμόζοντας το 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα για κάθε σώμα (θεωρώντας ως θετική φορά για το κάθε σώμα, τη φορά της κίνησής του), έχουμε:

για το σώμα μάζας  $m$ :  $\Sigma F_x = m \cdot \alpha \Rightarrow S - B_{1x} = m \cdot \alpha$  (4) **(μ.1)**,

για το σώμα μάζας  $M$ :  $\Sigma F_x = M \cdot \alpha \Rightarrow B_{2x} - S = M \cdot \alpha$  (5) **(μ.1)**.

**ε)** (4), (5)  $\Rightarrow B_{2x} - B_{1x} = (m + M) \cdot \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{B_{2x} - B_{1x}}{m + M}$ . Είναι όμως:  $B_{1x} = m \cdot g \cdot \sin \phi = 0,3 \cdot 10 \cdot 0,5 = 1,5 \text{ N}$ ,

$B_{2x} = M \cdot g \cdot \sin \phi = 1,2 \cdot 10 \cdot 0,5 = 6 \text{ N}$ . Επομένως  $\alpha = \frac{6 - 1,5}{0,3 + 1,2} \Rightarrow \alpha = 3 \text{ m/s}^2$ .



στ) Για το σώμα μάζας m:  $B_1 = m \cdot g = 0,3 \cdot 10 \Rightarrow B_1 = 3\text{N}$ , (2)  $\Rightarrow N_1 = m \cdot g \cdot \sin\phi = 0,3 \cdot 10 \cdot 0,866 \Rightarrow N_1 = 2,6\text{N}$ ,  
(4)  $\Rightarrow S = B_{1x} + m \cdot a = 1,5 + 0,3 \cdot 3 \Rightarrow S = 2,4\text{N}$ . (μ.2)

Για το σώμα μάζας M:  $B_2 = M \cdot g = 1,2 \cdot 10 \Rightarrow B_2 = 12\text{N}$ ,

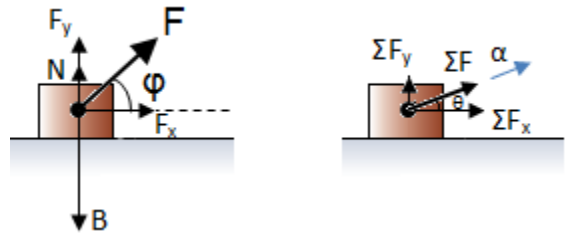
(3)  $\Rightarrow F = 2,6\text{N}$ , (3)  $\Rightarrow N_2 = M \cdot g \cdot \sin\phi + F = 1,2 \cdot 10 \cdot 0,866 + 2,6 \Rightarrow N_2 = 13\text{N}$ ,  $S = 2,4\text{N}$ . (μ.2)



B)

- α) Στο σώμα ασκούνται ακόμα το βάρος και η αντίδραση του επιπέδου N. Ακόμα είναι  $B = m \cdot g = 10 \cdot 10 = 100\text{N}$ ,  $F_x = F \cdot \sin\phi = 140 \cdot 0,6 = 84\text{N}$ ,  $F_y = F \cdot \cos\phi = 140 \cdot 0,8 = 112\text{N}$ .

Παρατηρούμε ότι  $F_y > B$  επομένως το σώμα δε θα έχει επαφή με το έδαφος και άρα  $N=0$ . (μ.2)



- β) Θα είναι:  $\Sigma F_y = F_y - B = 112 - 100 \Rightarrow \Sigma F_y = 12\text{N}$ ,  $\Sigma F_x = F_x \Rightarrow \Sigma F_x = 84\text{N}$ , επομένως  $\Sigma F = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2} \Rightarrow$

$$\Sigma F = 60\sqrt{2} \Rightarrow \Sigma F = 84,85\text{N}. \text{ (μ.1)}$$

$$\text{Αν } \theta \text{ είναι η γωνία που σχηματίζει η } \Sigma F \text{ με το οριζόντιο επίπεδο τότε: } \epsilon\phi\theta = \frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x} = \frac{12}{84} \Rightarrow \theta = 8,1^\circ.$$

Σύμφωνα με το 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα, η επιτάχυνση με την οποία θα κινείται το σώμα θα έχει μέτρο:

$$\alpha = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{85}{10} \Rightarrow \alpha = 8,5\text{m/s}^2 \text{ (μ.1)}$$

και τη διεύθυνση και τη φορά της συνισταμένης δύναμης  $\Sigma F$ :  $\theta = 8,1^\circ$  με το οριζόντιο επίπεδο. (μ.1)

#### Θέμα 4<sup>ο</sup> (μον.20):

- α) Στο μαγνήτη  $M_1$  ασκούνται το βάρος  $B_1$ , η αντίδραση του επιπέδου  $N_1$  και η τάση του νήματος  $S_1$  και η δύναμη  $F$  που ασκείται από το μαγνήτη  $M_2$ . Στο μαγνήτη  $M_2$  ασκούνται το βάρος  $B_2$ , η αντίδραση του επιπέδου  $N_2$  και η τάση του νήματος  $S_2$  και η δύναμη  $F'$  που ασκείται από το μαγνήτη  $M_1$ . (μ.4)

β) ι)

$$\text{Εφόσον ο } M_1 \text{ ισορροπεί: } \Sigma F = 0 \Rightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_1 - S_{1x} = 0 \\ F - S_{1y} - B_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} N_1 = S_{1x} & \Rightarrow N_1 = S_1 \cdot \eta\mu\phi \quad (1) \\ F = S_{1y} + B_1 & \Rightarrow F = S_1 \cdot \sigma\upsilon\nu\phi + B_1 \quad (2). \end{aligned} \quad (\mu.2)$$

$$\text{Εφόσον ο } M_2 \text{ ισορροπεί: } \Sigma F = 0 \Rightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_2 - S_{2x} = 0 \\ S_{2y} - B_2 - F' = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

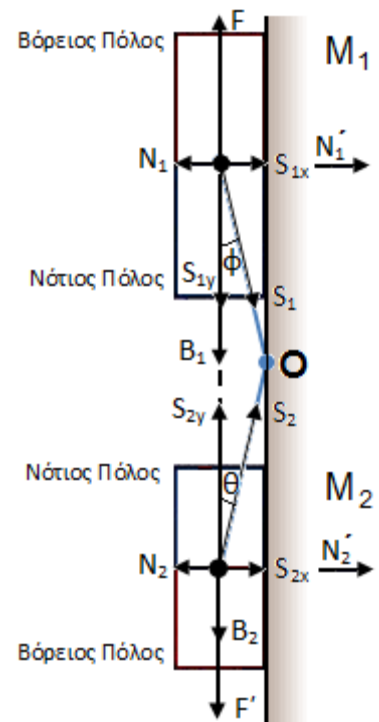
$$\begin{aligned} N_2 = S_{2x} & \Rightarrow N_2 = S_2 \cdot \eta\mu\theta \quad (3) \\ S_{2y} = F' + B_2 & \Rightarrow S_2 \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = F' + B_2 \quad (4). \end{aligned} \quad (\mu.2)$$

Ακόμα σύμφωνα με τον 3<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα  $|F| = |F'|$  (5).

Προφανώς από τις (2), (4) προκύπτει ότι  $S_2 > S_1$  και άρα σύμφωνα και με την εκφώνηση  $S_2/S_1 = 4$  (6).

$$\text{Οπότε από τις (2), (4), (5)} \Rightarrow S_2 \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = S_1 \cdot \sigma\upsilon\nu\phi + B_1 + B_2 \quad (6)$$

$$4 \cdot S_1 \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = S_1 \cdot \sigma\upsilon\nu\phi + B_1 + B_2 \Rightarrow S_1 = \frac{B_1 + B_2}{4 \cdot \sigma\upsilon\nu\theta - \sigma\upsilon\nu\phi} \Rightarrow S_1 = \frac{50,0 + 30,0}{4 \cdot 0,866 - 0,940} \Rightarrow S_1 = 31,7\text{N}.$$



Επομένως (6)  $\Rightarrow S_2 = 126,8\text{N}$ . (μ.2)

ii) Η (2)  $\Rightarrow F = 31,7 \cdot 0,940 + 50,0 \Rightarrow F = 79,8\text{N}$ . Επομένως σύμφωνα με την (5):  $|F| = |F'| = 79,8\text{N}$ . (μ.2)

iii) Έστω  $N_1'$  και  $N_2'$  οι δυνάμεις που δέχεται ο τοίχος από τους μαγνήτες  $M_1$  και  $M_2$  αντίστοιχα.

Τότε σύμφωνα με τον τρίτο νόμο του Νεύτωνα:  $|N_1'| = |N_1|$  (7) και  $|N_2'| = |N_2|$  (8). (μ.1)

Επομένως η συνισταμένη δύναμη  $N'$  που δέχεται ο τοίχος από τους δύο μαγνήτες θα έχει μέτρο:

$$N' = N_1' + N_2' \xRightarrow{(7),(8)} N' = N_1 + N_2 \xRightarrow{(1),(3)} N' = S_1 \cdot \eta\mu\phi + S_2 \cdot \eta\mu\theta \Rightarrow N' = 31,7 \cdot 0,342 + 126,8 \cdot 0,5 \Rightarrow N' = 74,2\text{N}$$

Η διεύθυνση της  $N'$  θα είναι οριζόντια με φορά προς τα δεξιά. (μ.2)

γ) Το αβαρές καρφί δέχεται τις τάσεις των νημάτων  $S_1 = 31,7\text{N}$  και  $S_2 = 126,8\text{N}$ .

$$\text{Ακόμα } \Sigma S_x = S_{1x} + S_{2x} \Rightarrow \Sigma S_x = S_1 \cdot \eta\mu\phi + S_2 \cdot \eta\mu\theta \Rightarrow \Sigma S_x = 31,7 \cdot 0,342 + 126,8 \cdot 0,5 \Rightarrow$$

$$\Sigma S_x = 74,2\text{N} \text{ και}$$

$$\Sigma S_y = S_{1y} + S_{2y} \Rightarrow \Sigma S_y = S_1 \cdot \sigma\upsilon\nu\phi - S_2 \cdot \sigma\upsilon\nu\theta \Rightarrow \Sigma S_y = 31,7 \cdot 0,940 - 126,8 \cdot 0,866 \Rightarrow$$

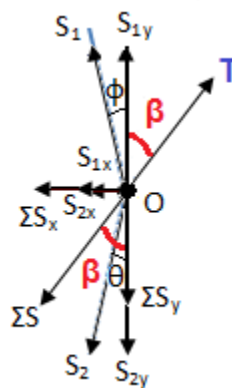
$$\Sigma S_y = -80\text{N}. (\mu.2)$$

$$\text{Επομένως } \Sigma S = \sqrt{(\Sigma S_x)^2 + (\Sigma S_y)^2} \Rightarrow \Sigma S = 109,1\text{N} \text{ και } \epsilon\phi\beta = \frac{\Sigma S_x}{\Sigma S_y} \Rightarrow \beta = 42,8^\circ$$

με τον τοίχο. (μ.2)

Για να ισορροπεί το αβαρές καρφί θα πρέπει σε αυτό να ασκείται μια δύναμη από τον τοίχο  $T$  ίδιου μέτρου αντίθετης φοράς με τη  $\Sigma S$ :  $\Sigma F = 0 \Rightarrow T - \Sigma S = 0 \Rightarrow T = \Sigma S$ .

Επομένως η συνισταμένη δύναμη που δέχεται το καρφί από τον τοίχο θα έχει μέτρο  $T = 109,1\text{N}$ , φορά προς τα πάνω και δεξιά και διεύθυνση  $\beta = 42,8^\circ$  με τον κατακόρυφο τοίχο. (μ.1)



### Θέμα 5<sup>ο</sup> (μον.15):

Α) Αρκεί να δείξουμε ότι για ένα κινητό με επιτάχυνση  $a = 4\text{m/s}^2$ , η μεταβολή των μετατοπίσεων του για κάθε  $\underline{1s}$  της κίνησής του που περνάει (ή η μεταβολή δύο μετατοπίσεων του, μεταξύ προηγούμενου και επόμενου  $\underline{1s}$  της κίνησής του) είναι σταθερή:  $\Delta(\Delta x) = 4\text{m}$ . (μ.2)

Το κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση, οπότε η θέση του στις παρακάτω χρονικές στιγμές θα είναι:

$$t = t_1 \quad \rightarrow \quad x_1 = x_0 + u_0 \cdot (t_1 - t_0) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t_1 - t_0)^2$$

$$t = t_2 = t_1 + 1 \quad \rightarrow \quad x_2 = x_0 + u_0 \cdot (t_1 + 1 - t_0) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t_1 + 1 - t_0)^2$$

$$t = t_3 = t_1 + 2 \quad \rightarrow \quad x_3 = x_0 + u_0 \cdot (t_1 + 2 - t_0) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t_1 + 2 - t_0)^2$$

...

$$t = t_n = t_1 + n - 1 \quad \rightarrow \quad x_n = x_0 + u_0 \cdot (t_1 + n - 1 - t_0) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t_1 + n - 1 - t_0)^2$$

$$t = t_{n+1} = t_1 + n \quad \rightarrow \quad x_{n+1} = x_0 + u_0 \cdot (t_1 + n - t_0) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t_1 + n - t_0)^2$$

και επειδή  $t_0 = 0$  και  $a = 4\text{m/s}^2$

$$t = t_1 \quad \rightarrow \quad x_1 = x_0 + u_0 \cdot t_1 + 2 \cdot t_1^2$$

$$t = t_2 = t_1 + 1 \quad \rightarrow \quad x_2 = x_0 + u_0 \cdot (t_1 + 1) + 2 \cdot (t_1 + 1)^2$$

$$t = t_3 = t_1 + 2 \quad \rightarrow \quad x_3 = x_0 + u_0 \cdot (t_1 + 2) + 2 \cdot (t_1 + 2)^2$$

...



$$\begin{aligned} t=t_n=t_1+n-1 &\rightarrow x_n=x_0+u_0\cdot(t_1+n-1)+2\cdot(t_1+n-1)^2 \\ t=t_{n+1}=t_1+n &\rightarrow x_{n+1}=x_0+u_0\cdot(t_1+n)+2\cdot(t_1+n)^2 \end{aligned} \quad (\mu.2)$$

οπότε

$$\begin{aligned} t=t_1 \rightarrow t=t_2 (\Delta t=1s): \quad \Delta x_1 &= x_2 - x_1 = u_0 + 2\cdot[(t_1+1)^2 - t_1^2] \\ t=t_2 \rightarrow t=t_3 (\Delta t=1s): \quad \Delta x_2 &= x_3 - x_2 = u_0 + 2\cdot[(t_1+2)^2 - (t_1+1)^2] \end{aligned}$$

...

$$\begin{aligned} t=t_{n-1} \rightarrow t=t_n (\Delta t=1s): \quad \Delta x_{n-1} &= x_n - x_{n-1} = u_0 + 2\cdot[(t_1+n-1)^2 - (t_1+n-2)^2] \\ t=t_n \rightarrow t=t_{n+1} (\Delta t=1s): \quad \Delta x_n &= x_{n+1} - x_n = u_0 + 2\cdot[(t_1+n)^2 - (t_1+n-1)^2] \end{aligned}$$

αναπτύσσοντας τη διαφορά τετραγώνων μέσα στις αγκύλες έχουμε:

$$\begin{aligned} t=t_1 \rightarrow t=t_2 (\Delta t=1s): \quad \Delta x_1 &= x_2 - x_1 = u_0 + 4\cdot t_1 + 2 \\ t=t_2 \rightarrow t=t_3 (\Delta t=1s): \quad \Delta x_2 &= x_3 - x_2 = u_0 + 4\cdot t_1 + 6 \end{aligned}$$

...

$$\begin{aligned} t=t_{n-1} \rightarrow t=t_n (\Delta t=1s): \quad \Delta x_{n-1} &= x_n - x_{n-1} = u_0 + 4\cdot t_1 + 4\cdot n - 6 \\ t=t_n \rightarrow t=t_{n+1} (\Delta t=1s): \quad \Delta x_n &= x_{n+1} - x_n = u_0 + 4\cdot t_1 + 4\cdot n - 2 \end{aligned} \quad (\mu.2)$$

και τελικά μεταξύ

$$t=t_1 \rightarrow t=t_2 (\Delta t=1s) \text{ και } t=t_2 \rightarrow t=t_3 (\Delta t=1s): \Delta(\Delta x) = \Delta x_2 - \Delta x_1 = 4m$$

...

$$t=t_{n-1} \rightarrow t=t_n (\Delta t=1s) \text{ και } t=t_n \rightarrow t=t_{n+1} (\Delta t=1s): \Delta(\Delta x) = \Delta x_n - \Delta x_{n-1} = 4m. \quad (\mu.2)$$

**Β)** Από τη χρονική στιγμή εκπομπής του ήχου  $t_0=0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t$  που ακούει τον ήχο ο μοτοσικλετιστής θα ισχύει:

$$\text{Για το μοτοσικλετιστή: } \frac{v_o}{3} = u_o - \alpha \cdot t \Rightarrow \alpha \cdot t = \frac{2 \cdot v_o}{3} \quad (1) \quad (\mu.1)$$

$$\frac{1}{9} \cdot x = u_o \cdot t - \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2 \Rightarrow \frac{1}{9} \cdot x = u_o \cdot t - \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t \cdot t \stackrel{(1)}{\Rightarrow} \frac{1}{9} \cdot x = u_o \cdot t - \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot v_o}{3} \cdot t \Rightarrow$$

$$\frac{1}{9} \cdot x = \frac{2 \cdot v_o}{3} \cdot t \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot x = 2 \cdot v_o \cdot t \quad (2). \quad (\mu.2)$$

$$\text{Για τον ήχο: } x + \frac{8}{9} \cdot x = u_{\eta\chi} \cdot t \Rightarrow \frac{17}{9} \cdot x = u_{\eta\chi} \cdot t \quad (3). \quad (\mu.2)$$

$$\begin{aligned} \text{Επομένως:} \quad \frac{(2)}{(3)} &\Rightarrow \frac{\frac{1}{3} \cdot x}{\frac{17}{9} \cdot x} = \frac{2 \cdot v_o \cdot t}{u_{\eta\chi} \cdot t} \Rightarrow \frac{3}{17} = \frac{2 \cdot v_o}{u_{\eta\chi}} \Rightarrow u_o = \frac{3 \cdot v_{\eta\chi}}{34} \Rightarrow u_o = \frac{3 \cdot 340}{34} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$u_o = 30m/s. \quad (\mu.2)$$



Τέλος