

ΕΝΩΣΗ ΚΥΠΡΙΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ

27^Η ΠΑΓΚΥΠΡΙΑ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ ΦΥΣΙΚΗΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

Κυριακή, 31 Μαρτίου, 2013

Ώρα: 10:00 - 13:00



Παρακαλώ διαβάστε πρώτα τα πιο κάτω, πριν απαντήσετε οποιαδήποτε ερώτηση

Γενικές Οδηγίες:

- 1) Είναι πολύ σημαντικό να δηλώσετε ορθά στον κατάλληλο χώρο στο εξώφυλλο του τετραδίου απαντήσεων τα εξής στοιχεία: (α) Όνομα και Επώνυμο, (β) Όνομα πατέρα, (γ) Σχολείο, (δ) Τηλέφωνο.
- 2) Το δοκίμιο αποτελείται από έξι (6) σελίδες και περιέχει επτά (7) θέματα.
- 3) Η εξέταση διαρκεί τρεις (3) ώρες.
- 4) Η συνολική βαθμολογία του εξεταστικού δοκιμίου είναι 100 μονάδες.
- 5) Χρησιμοποιήστε μόνο στυλό με μελάνι χρώματος μπλε ή μαύρο. Οι γραφικές παραστάσεις μπορούν να γίνουν και με μολύβι.
- 6) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- 7) Επιτρέπεται η χρήση, μόνο, μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
- 8) Δηλώστε στις σελίδες του τετραδίου απαντήσεων τον αριθμό του προβλήματος και το αντίστοιχο γράμμα του ερωτήματος που απαντάτε.
- 9) Εάν χρησιμοποιήσετε κάποιες σελίδες του τετραδίου απαντήσεων για δικές σας σημειώσεις που δεν επιθυμείτε να βαθμολογηθούν, βάλτε ένα μεγάλο σταυρό (X) σε αυτές τις σελίδες ώστε να μην ληφθούν υπόψη στη βαθμολόγηση.
- 10) Να χρησιμοποιείτε μόνο σταθερές ή σχέσεις που δίνονται στο αντίστοιχο θέμα αλλά και στο τέλος των γενικών οδηγιών.
- 11) Τα σχήματα όλων των θεμάτων δεν είναι υπό κλίμακα.

Να απαντήσετε όλα τα προβλήματα που ακολουθούν.

ΘΕΜΑ 1 (μονάδες 13)

α) Η ελάχιστη ταχύτητα με την οποία μπορεί να πετάξει το πουλί που ονομάζεται «Σπιτοπούλι» είναι $9,0 \text{ m s}^{-1}$. Αυτή την ελάχιστη ταχύτητα την επιτυγχάνει, με πτώση από τη φωλιά του πριν πετάξει μακριά. Να καθορίσετε την ελάχιστη απόσταση από το έδαφος που πρέπει να είναι η φωλιά του πουλιού. Δίνεται $g=9,81 \text{ m/s}^2$. (μον. 2)

β) Στο διπλανό σχήμα παρουσιάζει ένα «Σπιτοπούλι» με μάζα 120 g να επιστρέφει στη φωλιά του – κινούμενο οριζόντια με ταχύτητα $13,0 \text{ m s}^{-1}$ στο Σ, που βρίσκεται $7,5 \text{ m}$ κάτω από τη φωλιά του, και στη συνέχεια, κινούμενο προς τα πάνω στη φωλιά του.

Αν υποθέσουμε ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα, να υπολογίσετε

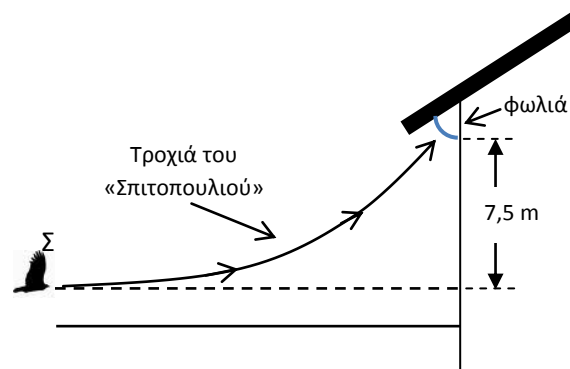
i. την κινητική ενέργεια του «Σπιτοπουλιού» στο σημείο Σ, (μον. 1)

ii. πόσο αυξάνεται η δυναμική ενέργεια καθώς το «Σπιτοπούλι» κινείται από το σημείο Σ στη φωλιά του, (μον. 2)

iii. την κινητική του ενέργεια καθώς φθάνει τη φωλιά του, και (μον. 3)

iv. την ταχύτητά του καθώς φθάνει στη φωλιά του. (μον. 1)

γ) Να σχολιάσετε ποιοτικά τα αποτελέσματα της αντίστασης του αέρα, εάν υπάρχουν, για κάθε απάντησή σας στο ερώτημα β. (μον. 4)



ΘΕΜΑ 2 (μονάδες 10)

Μια ρουκέτα εκτοξεύεται τη χρονική στιγμή $t=0$ κατακόρυφα προς τα πάνω και καθώς απομακρύνεται από το οριζόντιο έδαφος γίνεται όλο και πιο ελαφριά αφού τα καύσιμά της μειώνονται. Υποθέστε ότι η προωστική δύναμη στη ρουκέτα (λόγω της εκτόξευσης των καυσαερίων προς τα κάτω) είναι σταθερή και ότι η κίνηση της ρουκέτας γίνεται σε πολύ μικρό ύψος σε σχέση με την ακτίνα της Γης.

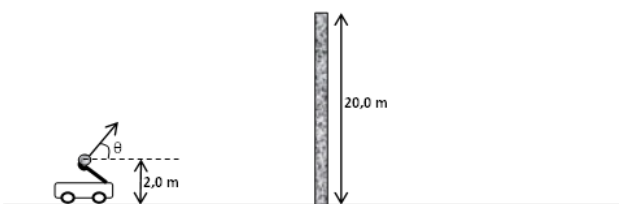


α) Να σχεδιάσετε ποιοτικά τη γραφική παράσταση της ταχύτητας σε σχέση με τον χρόνο $v=f(t)$ για την κίνηση της ρουκέτας από τη χρονική στιγμή $t=0$ μέχρι τη στιγμή που αυτή επιστρέφει στο έδαφος. Να δικαιολογήσετε τη μορφή της γραφικής παράστασης. (μον. 6)

β) Τη χρονική στιγμή t_1 που τελειώνουν τα καύσιμα της ρουκέτας αυτή έχει ταχύτητα v_1 . Η μέση ταχύτητα της ρουκέτας κατά τη χρονική διάρκεια από $t=0$ έως $t=t_1$ είναι μεγαλύτερη μικρότερη ή ίση από την $v_1/2$; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. (μον. 4)

ΘΕΜΑ 3 (μονάδες 16)

Μια ομάδα από φοιτητές μηχανικής κατασκεύασε ένα καταπέλτη (μία μηχανή που εκτόξευε μεγάλες πέτρες σε μεγάλη απόσταση), ώστε να κατανοήσουν τον τρόπο που στο μεσαίωνα πολιορκούσαν τις



πόλεις με τείχη. Σε μία από τις δοκιμές που έκαναν, κατάφεραν ώστε ένας ογκόλιθος μόλις να περάσει πάνω από ένα τοίχο που είχε ύψος 20,0 m. Ο ογκόλιθος εκτοξεύτηκε από ύψος 2,0 m πάνω από το έδαφος με αρχική ταχύτητα u_0 υπό γωνία θ ως προς το οριζόντιο επίπεδο. Στο υψηλότερο σημείο της τροχιάς του, ο ογκόλιθος περνούσε πάνω από τον τοίχο με οριζόντια ταχύτητα των 25 m/s. Η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα. Δίνεται $g=9,81 \text{ m/s}^2$.

α) Να σχεδιάσετε την τροχιά του ογκόλιθου (να την ονομάσετε στο σχήμα με το γράμμα Α) και να αποδείξετε τη μαθηματική σχέση που τη δίνει. (μον. 4)

β) Να υπολογίσετε

i. τη γωνία εκτόξευσης θ , (μον. 4)

ii. την αρχική ταχύτητα εκτόξευσης u_0 , (μον. 1)

iii. ο χρόνος που απαιτείται για τον ογκόλιθο να φτάσει μέχρι την κορυφή του τοίχου, (μον. 2)

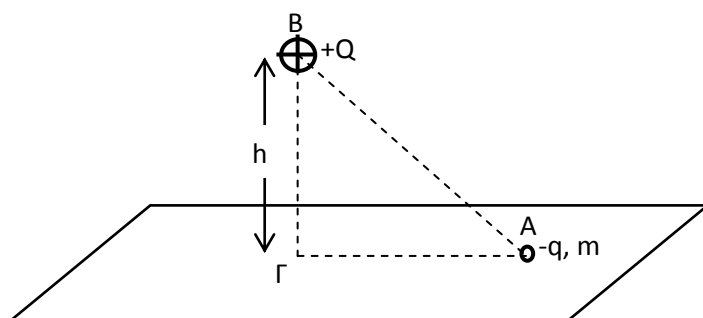
iv. την οριζόντια απόσταση μεταξύ του τοιχώματος και του σημείου εκτόξευσης. (μον. 1)

γ) Αν η αντίσταση του αέρα ήταν σημαντική, να σχεδιάσετε την τροχιά του ογκόλιθου (να την ονομάσετε στο σχήμα με το γράμμα Β) και να γράψετε δύο (2) διαφορές μεταξύ των τροχιών Α και Β. (μον. 4)

ΘΕΜΑ 4 (μονάδες 8)

Στο διπλανό σχήμα, το φορτίο $+Q$ συγκρατείται ακίνητο σε ύψος h πάνω από μονωτικό δάπεδο.

Το φορτίο $-q$ είναι ομοιόμορφα κατανομημένο σε σφαιρίδιο μάζας m , το οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές πάνω στο μονωμένο δάπεδο. Η γωνία $AB\Gamma$ είναι 30° .



Αφήνουμε το φορτίο $(-q, m)$ ελεύθερο από το σημείο Α.

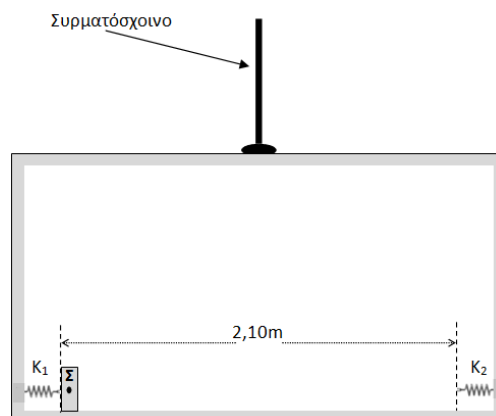
Να θεωρήσετε δεδομένα τα m, g, Q, q, k .

α) Ποια πρέπει να είναι η ελάχιστη απόσταση h ώστε να μη χαθεί η επαφή του σφαιριδίου $(-q, m)$ από το δάπεδο. (μον. 3)

β) Πόση είναι η μέγιστη ταχύτητα του σφαιριδίου και σε ποιο σημείο πραγματοποιείται; (μον. 5)

ΘΕΜΑ 5 (μονάδες 14)

Σώμα Σ πλάτους 10 cm και μάζας $m = 1,0\text{ kg}$, βρίσκεται μέσα σε ανελκυστήρα μάζας $M = 399\text{ kg}$. Στις δυο πλευρές του ανελκυστήρα υπάρχουν 2 ελατήρια με σταθερές ελατηρίων $k_1 = 800\text{ N/m}$ και $k_2 = 100\text{ N/m}$. Τα δυο ελατήρια όταν είναι στο φυσικό τους μήκος απέχουν 2,10m. Ανάμεσα στο σώμα Σ και στο δάπεδο του ανελκυστήρα υπάρχει τριβή με συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{ολ} = 0,60$. Δίνεται $g = 10\text{ m/s}^2$.



Σημείωση: Να θεωρηθεί θετική φορά κίνησης του ανελκυστήρα η φορά προς τα πάνω.

α) Ο ανελκυστήρας εκτελεί επιταχυνόμενη κίνηση προς τα πάνω με σταθερή επιτάχυνση $a = 2\text{ m/s}^2$. Σπρώχνουμε το σώμα Σ προς τα αριστερά με αποτέλεσμα να συσπειρωθεί το ελατήριο 1 κατά 0,25m και αφήνουμε το σώμα να κινηθεί.

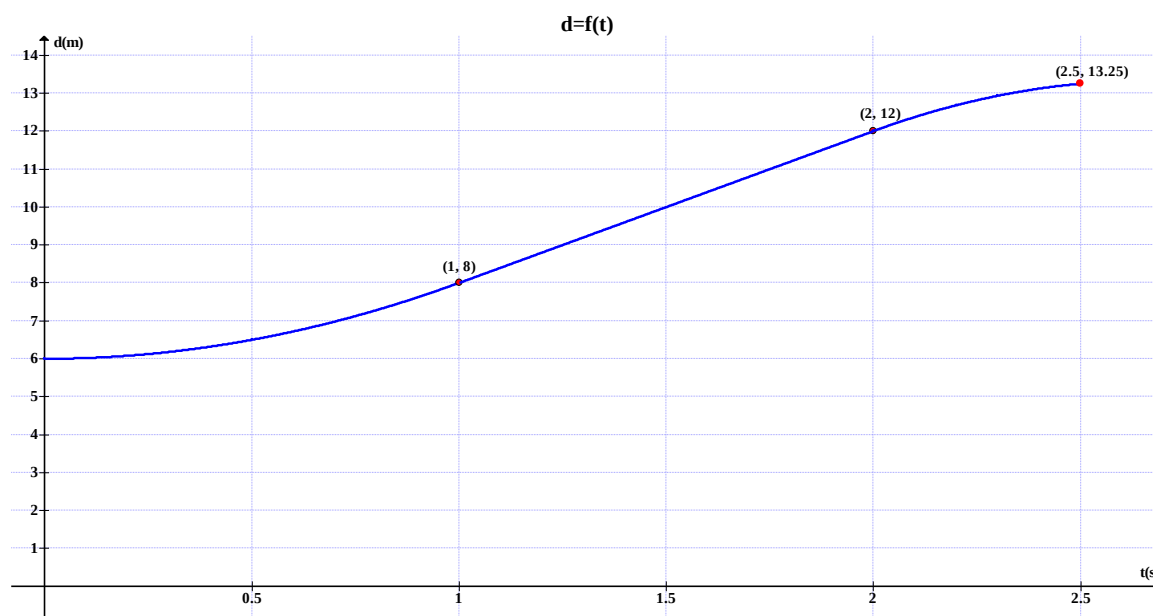
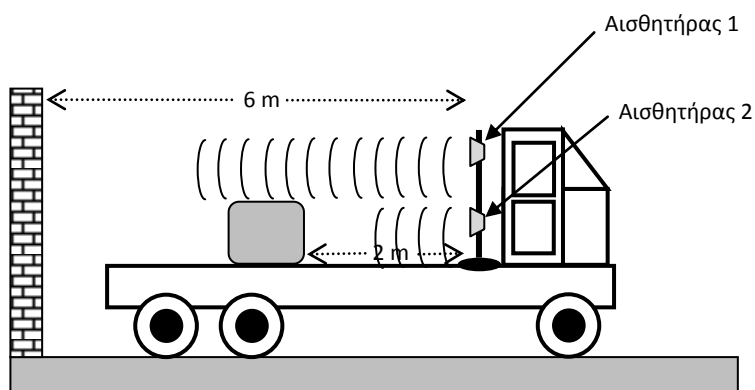
- i. Πόση ενέργεια έχει αποθηκευτεί στο σύστημα ελατήριο 1-σώμα Σ κατά τη συσπείρωση του ελατηρίου 1; (μον. 1)
- ii. Πόση είναι η τριβή ανάμεσα στο σώμα και το δάπεδο, όταν κινείται το σώμα Σ ; (μον. 2)
- iii. Με πόση ταχύτητα θα συγκρουστεί το σώμα Σ με το ελατήριο 2; (μον. 2)
- iv. Πόση είναι η μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου 2; (μον. 2)

β) Ο ανελκυστήρας κινείται με τη βοήθεια συρματόσχοινου, το οποίο μπορεί να αντέξει τάση μέχρι $S_{\max} = 5600\text{ N}$. Εάν ο ανελκυστήρας μπορεί να κινείται μόνο προς τα πάνω με $a \geq 0$, τότε:

- i. Πόση είναι η μέγιστη τιμή της τριβής που μπορεί να εξασκηθεί ανάμεσα στο σώμα και το δάπεδο; (μον. 3)
- ii. Πόση είναι η ελάχιστη τιμή της τριβής που μπορεί να εξασκηθεί ανάμεσα στο σώμα και το δάπεδο; (μον. 2)
- iii. Πόση είναι η μέγιστη ταχύτητα με την οποία μπορεί να συγκρουστεί το σώμα με το ελατήριο 2; (μον. 2)

ΘΕΜΑ 6 (μονάδες 21)

Κιβώτιο μάζας $m = 2\text{ kg}$, βρίσκεται πάνω σε μια πλατφόρμα ενός φορτηγού όπως φαίνεται στο σχήμα. Η πλατφόρμα δεν είναι λεία και ανάμεσα στο κιβώτιο και στην πλατφόρμα ισχύει $\mu_{στ} = 0,50$ και $\mu_{ολ} = 0,35$. Πάνω στη πλατφόρμα είναι στερεωμένοι δυο αισθητήρες κίνησης όπως φαίνεται στο σχήμα. Από τον αισθητήρα 1 παίρνουμε τη γραφική παράσταση της απόστασης αισθητήρα 1-τοιχού, σε σχέση με τον χρόνο (οι επιταχύνσεις στις διάφορες φάσεις της κίνησης είναι σταθερές. Δίνεται $g = 10\text{ m/s}^2$).

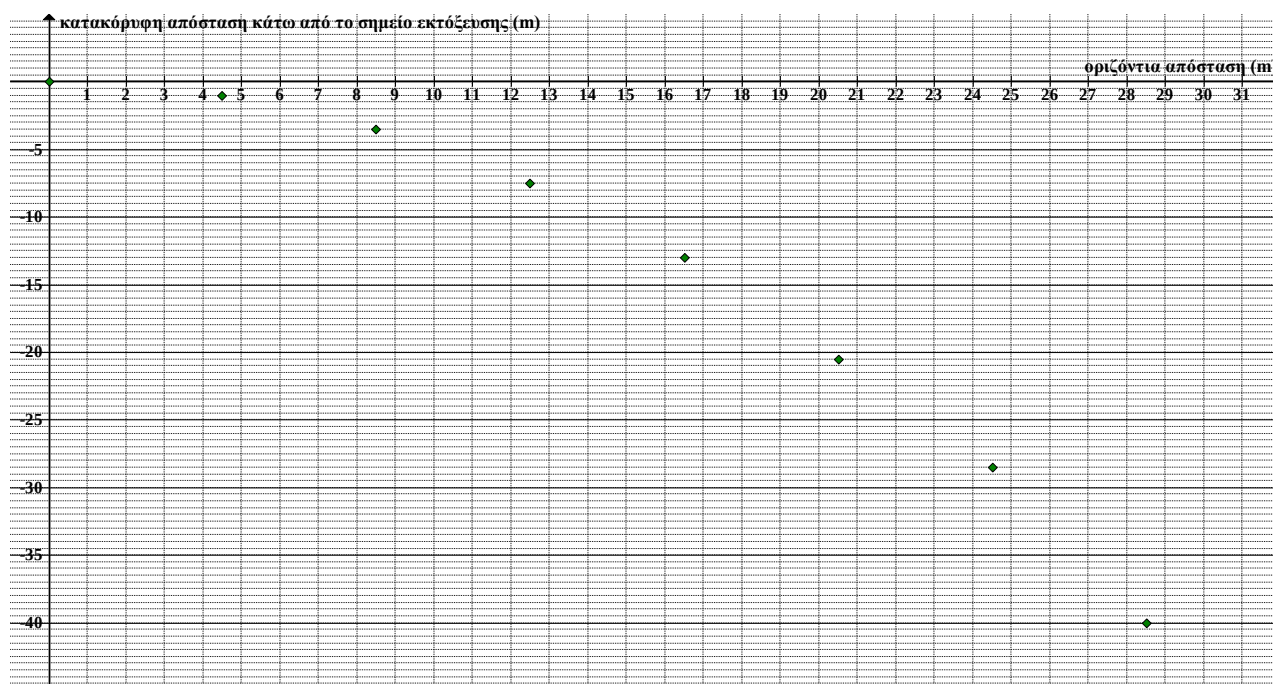


- α) Να περιγράψετε το είδος της κίνησης του φορτηγού, όπως καταγράφεται από τον αισθητήρα 1. (μον. 3)
- β) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του φορτηγού, με βάση τις μετρήσεις του αισθητήρα 1. (μον. 4)
- γ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της ταχύτητας του φορτηγού (με βάση τις μετρήσεις του αισθητήρα 1) σε σχέση με τον χρόνο. (μον. 4)
- δ) Να υπολογίσετε τη μέγιστη επιτάχυνση που μπορεί να αναπτύξει το κιβώτιο. (μον. 1)
- ε) Να υπολογίσετε τη δύναμη τριβής που ασκείται στο κιβώτιο από το φορτηγό, στις διάφορες φάσεις της κίνησης. (μον. 5)
- στ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της δύναμης τριβής που δέχεται το κιβώτιο από το φορτηγό, σε σχέση με τον χρόνο, στις διάφορες φάσεις της κίνησης. (μον. 3)
- ζ) Να σχεδιάσετε ποιοτικά τη γραφική παράσταση της απόστασης αισθητήρα 2-κιβωτίου, σε σχέση με τον χρόνο, στις διάφορες φάσεις της κίνησης. (μον. 1)

ΘΕΜΑ 7 (μονάδες 18)

α) Στην επιφάνεια της Σελήνης, πραγματοποιήθηκε ένα πείραμα για να γίνει μελέτη της κίνησης μιας μικρής σφαίρας. Η μικρή σφαίρα μάζας 50 g εκτοξεύεται οριζόντια από κάποιο ύψος από την επιφάνεια της Σελήνης. Η κίνηση της σφαίρας καταγράφηκε με τη λήψη μιας σειράς φωτογραφιών χρησιμοποιώντας μια σειρά από φλας (αναλαμπές φωτός) κάθε 1,00 s, με το πρώτο φλας συμβαίνει κατά τη στιγμή της εκτόξευσης. Στην πιο κάτω γραφική παράσταση απεικονίζεται η φωτογραφία επάνω σε ένα χιλιοστομετρικό χαρτί.

- i. Να δικαιολογήσετε, με μελέτη των οριζόντιων αποστάσεων που κινήθηκε η σφαίρα, ότι η αντίσταση του αέρα που αντιτίθεται στην κίνηση ήταν αμελητέα. (μον. 2)
- ii. Να υπολογίσετε την οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας. (μον. 1)
- iii. Να υπολογίσετε, με τη χρήση της γραφικής παράστασης που σας δίνεται, τη κατακόρυφη απόσταση που διανύθηκε κατά τη διάρκεια των πρώτων 7,00 s της κίνησης. (μον. 2)
- iv. Να υπολογίσετε με ακρίβεια την επιτάχυνση της ελεύθερης πτώσης στην επιφάνεια της Σελήνης, χρησιμοποιώντας δεδομένα από τη γραφική παράσταση που σας δίνεται. Για να γίνει αυτό να κάνετε πίνακα τιμών και την κατάλληλη γραφική παράσταση. (μον. 5)
- β) Να υπολογίστε το μέτρο, τη διεύθυνση και τη φορά της ταχύτητας της σφαίρας το 7,00 s μετά την εκτόξευση. (μον. 4)
- γ) i. Να σχεδιάσετε, στο τετράδιό σας, την τροχιά της σφαίρας που απεικονίζεται στη γραφική παράσταση που σας δίνεται. (μον. 2)



- ii. Στο ίδιο σχεδιάγραμμα, να σχεδιάσετε ακόμη δύο γραμμές που να απεικονίζουν τη διαδρομή της σφαίρας, εάν
1. υπάρχει ατμόσφαιρα στη Σελήνη (να τη δείξετε με το γράμμα Α), (μον. 1)
 2. το πείραμα διεξήχθη σε έναν πλανήτη χωρίς ατμόσφαιρα και η επιτάχυνση της ελεύθερης πτώσης σε αυτόν είναι μικρότερη από ότι στη Σελήνη (να τη δείξετε με το γράμμα Β). (μον. 1)

ΕΝΩΣΗ ΚΥΠΡΙΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ

27^Η ΠΑΓΚΥΠΡΙΑ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ ΦΥΣΙΚΗΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

Κυριακή, 31 Μαρτίου, 2013

Ώρα: 10:00 - 13:00

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1 (μονάδες 13)

α) $E_{M_A} = E_{M_B} \Rightarrow E_{K_A} + E_{\delta_A} = E_{K_B} + E_{\delta_B} \Rightarrow 0 + mgh = \frac{1}{2}mv_B^2$ (μον. 1)

$\Rightarrow h = \frac{v_B^2}{2g} = \frac{9,0^2}{2 \cdot 9,81} = 4,13 \Rightarrow \boxed{h = 4,1m}$ (μον. 1)

β) i. $E_K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,120 \cdot 13,0^2 = 10,14 \Rightarrow \boxed{E_K = 10,1J}$ (μον. 1)

ii. Η αύξηση της δυναμικής ενέργειας

$\Delta E_\delta = mgh$ (μον. 1)

$\Rightarrow \Delta E_\delta = 0,120 \cdot 9,81 \cdot 7,5 = 8,83 \Rightarrow \boxed{\Delta E_\delta = 8,8J}$ (μον. 1)

iii. Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας (μον. 1)

$E_K = E_{K_S} - \Delta E_\delta$ (μον. 1)

$\Rightarrow E_K = 10,14 - 8,83 = 1,31 \Rightarrow \boxed{E_K = 1,3J}$ (μον. 1)

iv. $E_K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_K}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,31}{0,120}} = 4,67 \Rightarrow \boxed{v = 4,7m/s}$ (μον. 1)

γ) i. Δεν έχει επίδραση (μον. 1)

ii. Το «Σπιτοπούλι» μπορεί να μην φτάσει στην φωλιά του, διαφορετικά δεν επηρεάζει (μον. 1)

iii. Η κινητική ενέργεια αν φτάσει στην φωλιά θα μειωθεί. (μον. 1)

iv. Η ταχύτητα αν φτάσει στη φωλιά θα μειωθεί. (μον. 1)

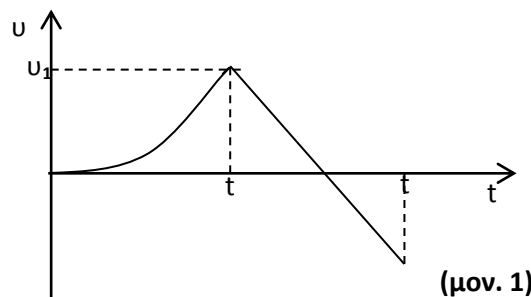
ΘΕΜΑ 2 (μονάδες 10)

α) Από τον δεύτερο νόμο του Newton $a = \frac{\Sigma F}{m}$ (μον. 1)

Κατά την κίνηση της ρουκέτας η μάζα της μειώνεται λόγω της μείωσης των καυσίμων που μετατρέπονται σε αέρια. Αυτό γίνεται μέχρι να τελειώσουν τα καύσιμα. (μον. 1)

Αφού $a = \frac{\Sigma F}{m}$ και η μάζα της ρουκέτας μειώνεται η

κίνησή της μέχρι να τελειώσουν τα καύσιμα τη χρονική στιγμή t_1 θα είναι επιταχυνόμενη με την επιτάχυνση να αυξάνεται, οπότε η κλίση στην καμπύλη θα αυξάνεται. (μον. 1)



(μον. 1)

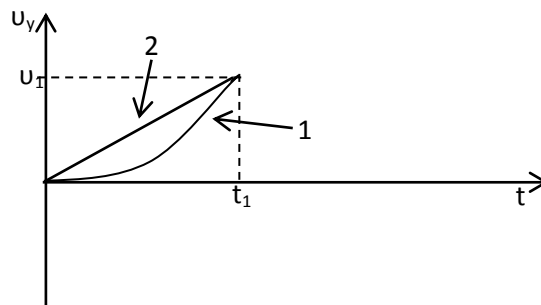
Τη χρονική στιγμή t_1 που τελειώνουν τα καύσιμα η ροκέτα έχει κατακόρυφη ταχύτητα v_1 προς τα πάνω και από τη στιγμή αυτή και μετά εκτελεί **κατακόρυφη βολή προς τα πάνω**, (μον. 1)

η ταχύτητα είναι θετική αλλά το μέτρο της μειώνεται σταθερά μέχρι να γίνει μηδέν, οπότε επιστρέφει προς τη γη (αρνητική ταχύτητα) **με το μέτρο της ταχύτητας να αυξάνεται σταθερά**.

(μον. 1)

β) Η μέση ταχύτητα της ροκέτας κατά τη χρονική διάρκεια από 0 έως t_1 θα είναι $v = \Delta x_1 / t_1$ όπου Δx_1 η μετατόπιση της ροκέτας στο παραπάνω χρονικό διάστημα. (μον. 1)

Αν η ροκέτα είχε σταθερή επιτάχυνση και τη στιγμή t_1 αποκτούσε ταχύτητα v_1 , θα είχαμε την καμπύλη 2. Η μέση ταχύτητά της κατά το χρονικό διάστημα από 0 έως t_1 τότε θα ήταν:



$$v_2 = \frac{\Delta x_2}{t_1} = \frac{v_1 \cdot t_1}{2 \cdot t_1} \Rightarrow v_2 = \frac{v_1}{2} \quad (\text{μον. 1})$$

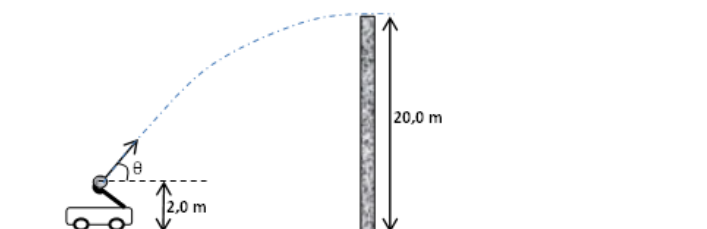
Το Δx_2 ισούται με το εμβαδό κάτω από την καμπύλη 2 άρα $\Delta x_2 = \frac{v_1 \cdot t_1}{2}$

Στην καμπύλη 1 κατά το χρονικό διάστημα από 0 έως t_1 **το εμβαδό κάτω από αυτή είναι μικρότερο** από ότι στην καμπύλη 2 και έτσι το Δx_1 είναι μικρότερο Δx_2 . (μον. 1)

Έτσι η μέση ταχύτητα της ροκέτας κατά τη χρονική διάρκεια από $t=0$ έως $t=t_1$ **είναι μικρότερη** από την $v_1/2$. (μον. 1)

ΘΕΜΑ 3 (μονάδες 16)

α)



(μον. 1)

Οριζόντιος άξονας ox		Κατακόρυφος άξονας oy	
(1)	$a_x = 0$	$a_y = 0$	(4)
(2)	$v_x = v_0 \cdot \cos \theta$	$v_y = v_0 \cdot \sin \theta - gt$	(5)
(3)	$x = v_0 \cdot \cos \theta \cdot t$	$y = v_0 \cdot \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$	(6)

Με απαλοιφή του χρόνου από τις **εξισώσεις 3 & 6**

(μον. 1)

$$x = v_0 \cdot \cos \theta \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos \theta}$$

$$y = v_0 \cdot \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow y = v_0 \cdot \sin \theta \cdot \frac{x}{v_0 \cos \theta} - \frac{1}{2}g \left(\frac{x}{v_0 \cos \theta} \right)^2$$

(μον. 1)

$$y = \tan \theta \cdot x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta} \cdot x^2 \quad (\text{σχ. 7})$$

(μον. 1)

β) i. Στο ανώτερο σημείο της τροχιάς έχουμε $v_y=0$

$$(5) \Rightarrow 0 = v_0 \cdot \eta \mu \theta - g t_{av} \Rightarrow t_{av} = \frac{v_0 \cdot \eta \mu \theta}{g} \text{ (σχ. 8)}$$

Από τη σχ. 6 & σχ. 8 εξάγεται το μέγιστο ύψος που φτάνει ο ογκόλιθος από το επίπεδο βολής.

$$y_{\max} = v_0 \cdot \eta \mu \theta \cdot \frac{v_0 \cdot \eta \mu \theta}{g} - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_0 \cdot \eta \mu \theta}{g} \right)^2 \Rightarrow y_{\max} = \frac{v_0^2 \cdot \eta^2 \mu^2 \theta}{2g} \text{ (σχ. 9)} \quad (\text{μον. 1})$$

$$y_{\max} = 20,0 - 2,0 \Rightarrow y_{\max} = 18,0\text{m} \Rightarrow 18,0 = \frac{v_0^2 \cdot \eta^2 \mu^2 \theta}{2g} \Rightarrow v_0 \cdot \eta \mu \theta = \sqrt{18,0 \cdot 2 \cdot 9,81}$$

$$\Rightarrow v_0 \cdot \eta \mu \theta = 18,8 \quad (\text{μον. 1})$$

Η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας είναι 25,0m/s άρα από τη σχ. 2 $\Rightarrow 25 = v_0 \cdot \sigma \nu \eta \theta$ (μον. 1)

$$\text{Οπότε: } \frac{v_0 \cdot \eta \mu \theta}{v_0 \cdot \sigma \nu \eta \theta} = \frac{18,8}{25,0} \Rightarrow \epsilon \varphi \theta = 0,752 \Rightarrow \theta = 36,9^\circ \quad (\text{μον. 1})$$

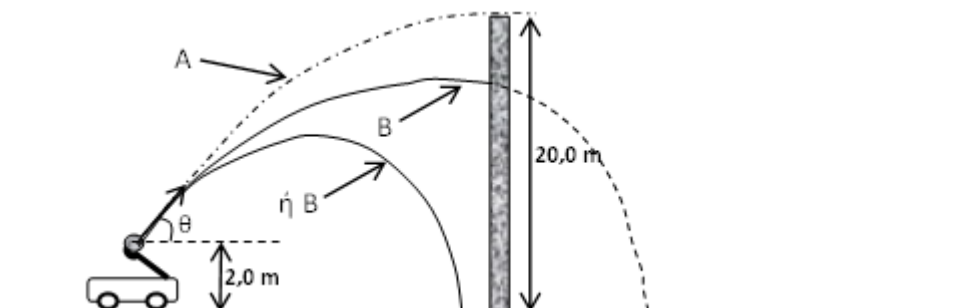
$$\text{ii. Από τη σχ. 2 } \Rightarrow 25 = v_0 \cdot \sigma \nu \eta 36,9 \Rightarrow v_0 = \frac{25,0}{0,800} \Rightarrow v_0 = 31,2\text{m/s} \quad (\text{μον. 1})$$

$$\text{iii. Από τη σχ. 8 } \Rightarrow t_{av} = \frac{v_0 \cdot \eta \mu \theta}{g} \quad (\text{μον. 1})$$

$$\Rightarrow t_{av} = \frac{31,2 \cdot \eta \mu 36,9}{9,81} \Rightarrow t_{av} = 1,91\text{s} \quad (\text{μον. 1})$$

$$\text{iv. Από τη σχ. 3 } \Rightarrow x_{\text{τοιχ}} = 31,2 \cdot \sigma \nu \eta 36,9 \cdot 1,91 \Rightarrow x_{\text{τοιχ}} = 47,7\text{m} \quad (\text{μον. 1})$$

γ) Σε αντίθεση με το Α, η τροχιά Β είναι μη-παραβολική ή ασύμμετρη. (μον. 1)



Το μέγιστο ύψος για το Β είναι χαμηλότερο από το Α. (μον. 1)

Αγνοώντας τον τοίχο, το βεληνεκές για το Β θα είναι μικρότερο από το Α. (μον. 1)

Το Β θα φθάσει στο μέγιστο ύψος νωρίτερα από ό, τι το Α. (μον. 1)

Η τελική ταχύτητα με την οποία χτυπά στο έδαφος για το Β θα είναι μικρότερη από Α.

ΘΕΜΑ 4 (μονάδες 8)

α) Το σφαιρίδιο με μάζα m και φορτίο $-q$ λόγω της ελκτικής δύναμης που δέχεται, αρχίζει να κινείται επιταχυνόμενο με κίνηση πάνω στην ΑΓ. Σε μια τυχαία θέση οι δυνάμεις που δέχεται είναι το Βάρος B , η κάθετη αντίδραση N και η ελκτική δύναμη $F_{ελ}$. Αν δεν χαθεί η επαφή στο Γ εξασφαλίζεται και όλη τη διαδρομή. Για την οριακή περίπτωση πρέπει:

$$N + F_{ελ} = B \Rightarrow N = B - F_{ελ} \quad (\text{μον. 1})$$

Για να μην χάσει επαφή θα πρέπει $N \geq 0$ (μον. 1)

$$B - F_{ελ} \geq 0 \Rightarrow F_{ελ} \leq B \Rightarrow F_{ελ} = B \Rightarrow K \frac{Q \cdot q}{h^2} = mg \Rightarrow \boxed{h_{\min} = \sqrt{\frac{K \cdot Q \cdot q}{mg}}} \quad (\text{σχ. 1}) \quad (\text{μον. 1})$$

$$\beta) \text{ συνθ} = \frac{h}{d} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{d} \Rightarrow d = AB = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot h_{\min} \quad (\text{μον. 1})$$

Για την κίνηση από το Α έως το Γ **η μέγιστη ταχύτητα** επιτυγχάνεται στο τέλος της επιταχυνόμενης κίνησης δηλαδή **στο Γ**. (μον. 1)

Εφαρμόζουμε την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας από το Β στο Γ και έχουμε:

$$E_{\delta_B} + E_{\kappa_B} = E_{\delta_\Gamma} + E_{\kappa_\Gamma} \Rightarrow K \frac{Q \cdot (-q)}{d} + 0 = K \frac{Q \cdot (-q)}{d} + \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2KQ \cdot q}{m} \left(\frac{1}{h} - \frac{1}{d} \right)} \quad (\text{μον. 1})$$

Από την τελευταία σχέση βλέπουμε ότι για $h = h_{\min}$ έχουμε μέγιστη ταχύτητα:

$$v = \sqrt{\frac{2KQ \cdot q}{m} \left(\frac{1}{h_{\min}} - \frac{\sqrt{3}}{2h_{\min}} \right)} = \sqrt{\frac{2KQ \cdot q}{m} \frac{(2-\sqrt{3})}{2h_{\min}}} \Rightarrow \quad (\text{μον. 1})$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{(2-\sqrt{3}) KQ \cdot q}{m}} \cdot \sqrt{\frac{m \cdot g}{K \cdot Q \cdot q}} = \sqrt{\frac{(2-\sqrt{3})^2 K^2 Q^2 q^2 m g}{m^2 K \cdot Q \cdot q}} \Rightarrow \boxed{v_{\max} = \sqrt[4]{\frac{(2-\sqrt{3})^2 KQ \cdot q \cdot g}{m}}} \quad (\text{μον. 1})$$

ΘΕΜΑ 5 (μονάδες 14)

$$\alpha) \text{ i. } E_{\Delta_{\text{υν.ελ.1}}} = \frac{1}{2} k_1 \cdot \Delta x_1^2 = \frac{1}{2} 800 \cdot 0,25^2 \Rightarrow \boxed{E_{\Delta_{\text{υν.ελ.1}}} = 25 \text{ J}} \quad (\text{μον. 1})$$

$$\text{ii. Για το κιβώτιο: } \alpha_{\kappa\beta} = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{N-B}{m} \Rightarrow N = \alpha_{\kappa\beta} \cdot m + B = 2,0 \cdot 1,0 + 1 \cdot 10 \Rightarrow \boxed{N = 12 \text{ N}} \quad (\text{μον. 1})$$

$$T_{o\lambda} = \mu_{o\lambda} \cdot N = 0,60 \cdot 12 \Rightarrow \boxed{T_{o\lambda} = 7,2 \text{ N}} \quad (\text{μον. 1})$$

$$\text{iii. } E_{\Delta_{\text{υν.ελ.1}}} + W_{T\rho} = E_{\kappa_{iv}} \Rightarrow \boxed{25 - T_{o\lambda} \cdot \Delta x = \frac{1}{2} m \cdot v^2} \quad (\text{μον. 1})$$

$$\Rightarrow 25 - 7,2 \cdot 2,25 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{8,8 \cdot 2} = \sqrt{17,6} \Rightarrow \boxed{v = 4,2 \text{ m/s}} \quad (\text{μον. 1})$$

$$\text{iv. } E_{\kappa_{iv}} + W_{T\rho} = E_{\Delta_{\text{υν.ελ.2}}} \Rightarrow (25 - 7,2 \cdot 2) - T_{o\lambda} \cdot \Delta x_2 = \frac{1}{2} k_2 \cdot \Delta x_2^2 \Rightarrow$$

$$8,8 - 7,2 \cdot \Delta x_2 = \frac{1}{2} 100 \cdot \Delta x_2^2 \Rightarrow \boxed{50 \cdot \Delta x_2^2 + 7,2 \cdot \Delta x_2 - 8,8 = 0} \quad (\text{μον. 1})$$

$$\Delta x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4a\gamma}}{2a} = \frac{-7,2 \pm \sqrt{7,2^2 - 4 \cdot 50 \cdot (-8,8)}}{2 \cdot 50} \Rightarrow \boxed{\Delta x_2 = \begin{matrix} 0,35 \text{ m δεκτ} \\ -0,50 \text{ m απορ.} \end{matrix}} \quad (\text{μον. 1})$$

β) i. Για το σύστημα ανελκυστήρας-κιβώτιο ισχύει:

$$\alpha_{\text{συστ}} = \frac{\Sigma F_{\text{συστ}}}{M_{\text{συστ}}} = \frac{S - B_{\text{συστ}}}{M_{\text{συστ}}} \Rightarrow \alpha_{\text{συστ,max}} = \frac{S_{\text{max}} - B_{\text{συστ}}}{M_{\text{συστ}}} = \frac{5600 - 400 \cdot 10}{400}$$

$$\Rightarrow \alpha_{\text{συστ,max}} = \alpha_{\text{κιβ,max}} = 4 \text{ m/s}^2 \quad (\text{μον. 1})$$

$$\text{και ισχύει: } \alpha_{\text{κιβ}} = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{N - B}{m} \Rightarrow N = \alpha_{\text{κιβ}} \cdot m + B \Rightarrow$$

$$N_{\text{max}} = \alpha_{\text{κιβ,max}} \cdot m + B = 4 \cdot 1 + 1 \cdot 10 \Rightarrow N_{\text{max}} = 14 \text{ N} \quad (\text{σχέση 1}) \quad (\text{μον. 1})$$

$$T_{\text{ολ}} = \mu_{\text{ολ}} \cdot N \Rightarrow T_{\text{ολ,max}} = \mu_{\text{ολ}} \cdot N_{\text{max}} \quad (\text{σχέση 2}),$$

$$\text{Έτσι η σχέση 2, λόγω της σχέσης 1, θα δώσει: } T_{\text{ολ,max}} = \mu_{\text{ολ}} \cdot N_{\text{max}} = 0,6 \cdot 14$$

$$\Rightarrow T_{\text{ολ,max}} = 8,4 \text{ N} \quad (\text{μον. 1})$$

$$\text{ii. } T_{\text{ολ}} = \mu_{\text{ολ}} \cdot N \Rightarrow T_{\text{ολ,min}} = \mu_{\text{ολ}} \cdot N_{\text{min}} \quad (\text{σχέση 1}),$$

$$\text{και ισχύει: } \alpha_{\text{κιβ}} = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{N - B}{m} \Rightarrow N = \alpha_{\text{κιβ}} \cdot m + B \Rightarrow$$

$$N_{\text{min}} = \alpha_{\text{κιβ,min}} \cdot m + B = 0,1 + 1 \cdot 10 \Rightarrow N_{\text{min}} = 10 \text{ N} \quad (\text{σχέση 2}), \quad (\text{μον. 1})$$

$$\text{Έτσι η σχέση 1, λόγω της σχέσης 2, θα δώσει: } T_{\text{ολ,min}} = \mu_{\text{ολ}} \cdot N_{\text{min}} = 0,6 \cdot 10$$

$$\Rightarrow T_{\text{ολ,min}} = 6 \text{ N} \quad (\text{μον. 1})$$

$$\text{iii. } E_{\text{Δυν.ελ.1}} + W_{\text{Tρ,min}} = E_{\text{κιν,max}} \Rightarrow 25 - T_{\text{ολ,min}} \cdot \Delta x = \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{max}}^2 \quad (\text{μον. 1})$$

$$\Rightarrow 25 - 6 \cdot 2,25 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot v_{\text{max}}^2 \Rightarrow v_{\text{max}} = \sqrt{11,5 \cdot 2} = \sqrt{23} \Rightarrow v_{\text{max}} = 4,8 \text{ m/s} \quad (\text{μον. 1})$$

ΘΕΜΑ 6 (μονάδες 21)

α) i) Από τη μορφή της γραφικής παράστασης, έχουμε:

0-1s: *Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση,* (μον. 1)

1s-2s: *Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση,* (μον. 1)

2s-2,5s: *Ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.* (μον. 1)

β) Από τη γραφική παράσταση, έχουμε:

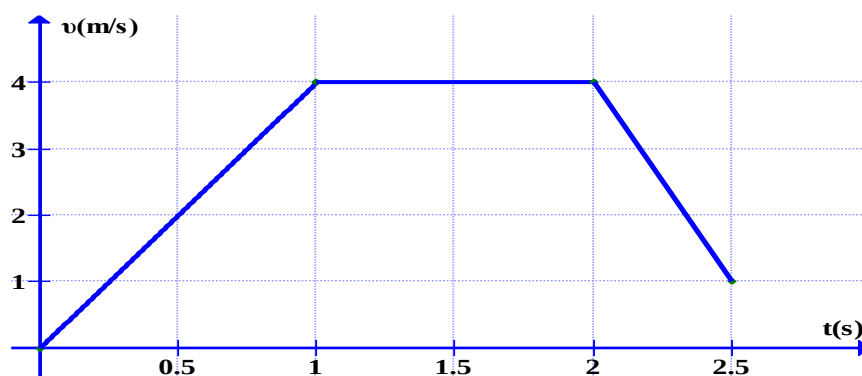
0-1s: $\Delta s_1 = \frac{1}{2} \alpha_1 \cdot \Delta t_1^2 \Rightarrow 2 = \frac{1}{2} \alpha_1 \cdot 1^2 \Rightarrow \boxed{a_1 = 4,0 \text{ m/s}^2}$ (μον. 1)

1s-2s: Ε.Ο.Κ $\Leftrightarrow \boxed{a_2 = 0 \text{ m/s}^2}$ (μον. 1)

2s-2,5s: $v_{\alpha\rho\chi,3} = v_{\tau\epsilon\lambda,1} = \alpha_1 \cdot \Delta t_1 = 4 \cdot 1 \Rightarrow \boxed{v_{\alpha\rho\chi,3} = 4,0 \text{ m/s}}$ (μον. 1)

$\Delta s_3 = v_{\alpha\rho\chi,3} \Delta t_3 - \frac{1}{2} a_3 \Delta t_3^2 \Rightarrow 1,25 = 4 \cdot 0,5 - \frac{1}{2} a_3 \cdot 0,5^2 \Rightarrow \boxed{a_3 = 6,0 \text{ m/s}^2}$ (μον. 1)

γ) $v_{\tau\epsilon\lambda,3} = v_{\alpha\rho\chi,3} - a_3 \cdot \Delta t_3 = 4 - 6 \cdot 0,5 \Rightarrow \boxed{v_{\tau\epsilon\lambda,3} = 1,0 \text{ m/s.}}$ (μον. 1)



(μον. 3)

δ) $\alpha_{\kappa\iota\beta,\max} = \frac{\Sigma F_{\max}}{m} = \frac{T_{\sigma\tau,\max}}{m} = \frac{\mu_{\sigma\tau} \cdot N}{m} = \frac{\mu_{\sigma\tau} \cdot mg}{m} = 0,5 \cdot 10 \Rightarrow$

$\boxed{a_{\kappa\iota\beta,\max} = 5,0 \text{ m/s}^2}$ (μον. 1)

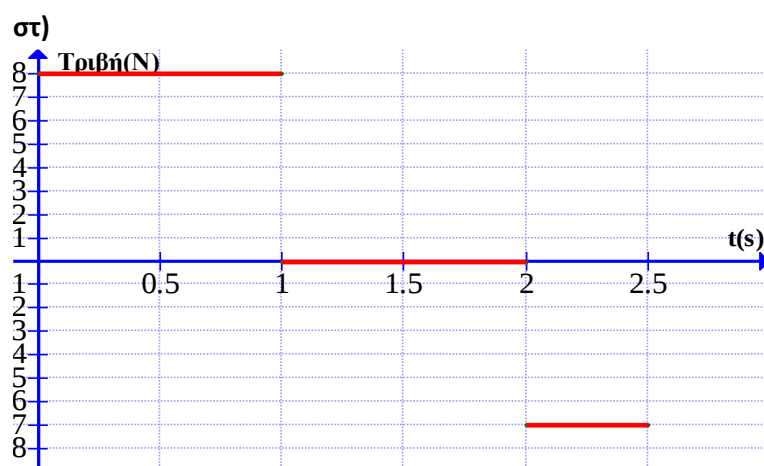
ε) 0-1s: $\alpha_{\kappa\iota\beta,1} = a_1 = 4,0 \text{ m/s}^2,$ (μον. 1)

$\alpha_{\kappa\iota\beta,1} = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{T_{\sigma\tau}}{m} \Rightarrow T_{\sigma\tau} = \alpha_{\kappa\iota\beta,1} \cdot m = 4 \cdot 2 \Rightarrow \boxed{T_{\sigma\tau} = 8,0 \text{ N}}$ (μον. 1)

1s-2s: Ε.Ο.Κ $\Leftrightarrow \alpha_{\kappa\iota\beta,2} = 0 \text{ m/s}^2 \Rightarrow \boxed{T = 0 \text{ N}}$ (μον. 1)

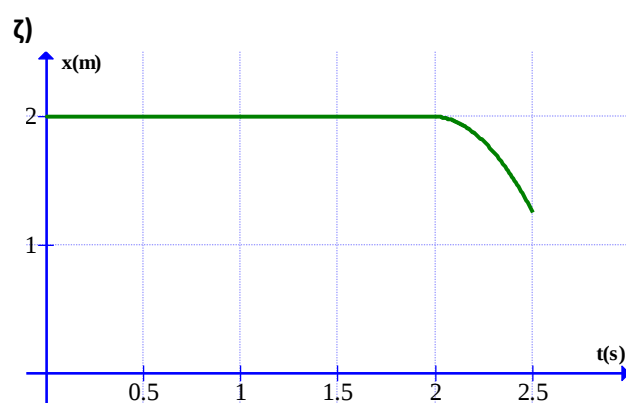
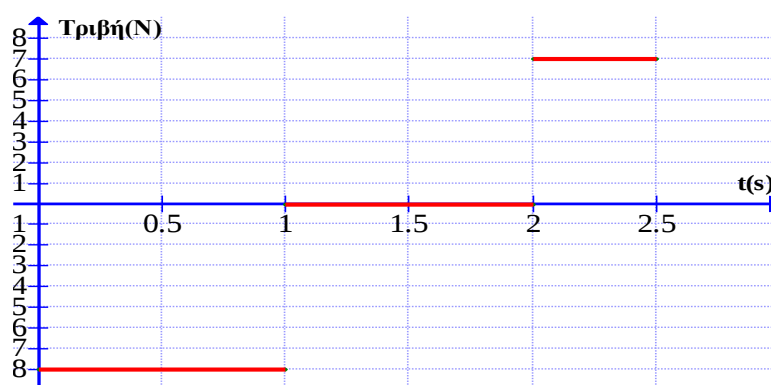
2s-2,5s: Επειδή $a_3 > a_{\kappa\iota\beta,\max}$, το κιβώτιο θα *ολισθαίνει ως προς την πλατφόρμα* (μον. 1)

άρα η τριβή θα είναι ολίσθησης οπότε $T_{o\lambda} = \mu_{o\lambda} \cdot N = 0,35 \cdot 20 \Rightarrow \boxed{T_{o\lambda} = \mu_{o\lambda} = 7,0 \text{ N}}$ (μον. 1)



(μον. 3)

ή



(μον. 1)

ΘΕΜΑ 7 (μονάδες 18)

α) i. Από τη γραφική παράσταση, οι οριζόντιες αποστάσεις από το σημείο εκτόξευσης για κάθε δευτερόλεπτο είναι:

0, 4,5m, 8,5m, 12,5m, 16,5m, 20,5m, 24,5m, 28,5m.

Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών σημείων είναι:

4,5m, 4,0m, 4,0m, 4,0m, 4,0m, 4,0m, 4,0m.

(μον. 1)

Άρα **η οριζόντια απόσταση μεταξύ των σημείων διατηρείται σταθερή**. Αυτό σημαίνει ότι η επίδραση της αντίστασης του αέρα είναι αμελητέα. Η πρώτη μέτρηση θεωρείται πειραματικό σφάλμα.

(μον. 1)

ii. Η οριζόντια ταχύτητα σε κάθε σημείο είναι: $v_x = \frac{4,5}{1} \Rightarrow \boxed{v_x = 4,0m/s}$

(μον. 1)

iii. Από τη γραφική παράσταση στο 7,00s η κουκίδα βρίσκεται στο σημείο (28,5, 40).

(μον. 1)

Άρα η κατακόρυφη απόσταση είναι **$y = 40,0m$**

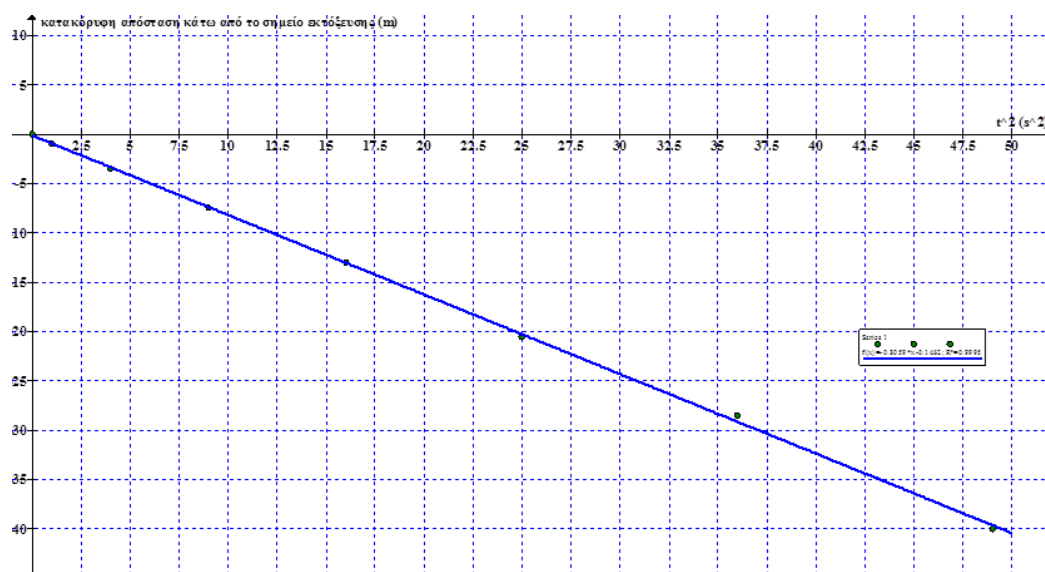
(μον. 1)

iv. Από τη γραφική παράσταση έχουμε:

A/A	t (s)	x(m)	y(m)	t ² (s ²)
1	0	0	0	0
2	1	4,5	-1,0	1
3	2	8,5	-3,5	4
4	3	12,5	-7,5	9
5	4	16,5	-13,0	16
6	5	20,5	-20,5	25
7	6	24,5	-28,5	36
8	7	28,5	-40,0	49

(μον. 2)

Η κατάλληλη γραφική παράσταση είναι $y=f(t^2)$



(μον. 2)

$y = \frac{1}{2}gt^2$ Άρα η κλίση στη γραφική παράσταση $y=f(t^2)$ ισούται με $\frac{1}{2}g$

$$\lambda = \frac{1}{2}g_{\Sigma\epsilon\lambda} \Rightarrow 0,81 = \frac{1}{2}g \Rightarrow \boxed{g_{\Sigma\epsilon\lambda} = 1,62m/s^2} \quad (\text{μον. 1})$$

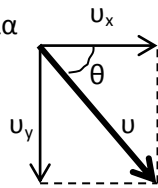
β) Η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t=7,00s$ είναι: $v_x = 4,50m/s$

Η κατακόρυφη συνιστώσα (μέτρο) της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t=7,00s$ είναι:

$$v_y = gt \Rightarrow 1,62 \cdot 7,00 = 11,34 \Rightarrow \boxed{v_y = 11,3m/s} \quad (\text{μον. 1})$$

$$v_7 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \Rightarrow \sqrt{4,50^2 + 11,3^2} = 11,99 \Rightarrow \boxed{v_7 = 12,0 m/s} \quad (\text{μον. 1})$$

Η διεύθυνση και η φορά καθορίζεται από τη γωνία θ με τον οριζόντιο άξονα όπως φαίνεται στο σχήμα

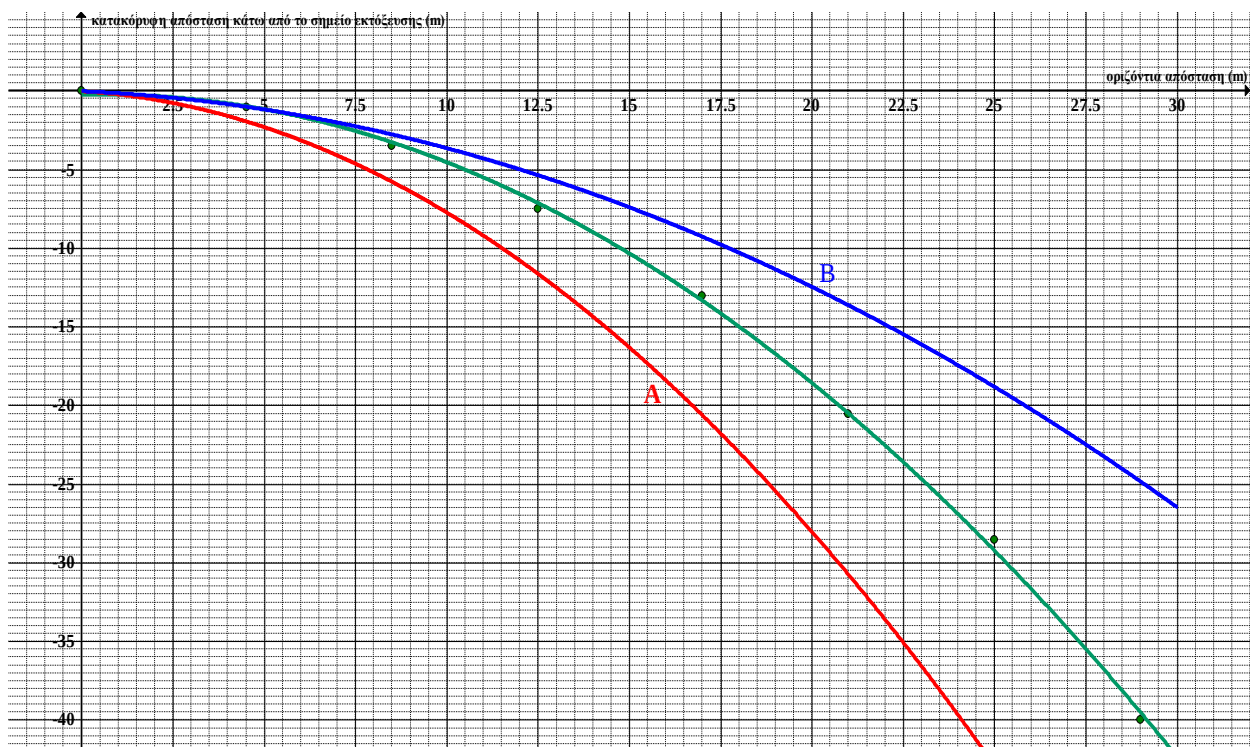


(μον. 1)

$$\epsilon\phi\theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{11,3}{4,50} = 2,825 \Rightarrow \boxed{\theta = 70,5^\circ} \quad (\text{μον. 1})$$

γ) i. **Η πράσινη Γραμμή.**

(μον. 2)



ii. 1. Η τροχιά Α με **κόκκινο χρώμα.** (μον. 1)

Με ατμόσφαιρα, η αντίσταση του αέρα **δεν θα ήταν αμελητέα**. Στον ίδιο χρόνο, η οριζόντια και κατακόρυφη απόσταση στην κάθε χρονική στιγμή **μειώνονται**.

2. Η τροχιά Β με **μπλε χρώμα.**

(μον. 1)

Χωρίς ατμόσφαιρα η αντίσταση του αέρα **θα ήταν αμελητέα**. Στον ίδιο χρόνο, η οριζόντια σε κάθε χρονική στιγμή **θα ήταν η ίδια**. Με **μικρότερη επιτάχυνση** στην ελεύθερη πτώση οι αντίστοιχες κατακόρυφες αποστάσεις **θα ήταν μικρότερες**.