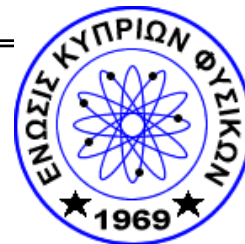


# ΕΝΩΣΗ ΚΥΠΡΙΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ



22<sup>Η</sup> ΠΑΓΚΥΠΡΙΑ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

Σάββατο, 12 Απριλίου, 2008

Ώρα: 11:00 - 14:00

## Οδηγίες:

- 1) Το δοκίμιο αποτελείται από οκτώ (8) θέματα.
- 2) Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα.
- 3) Να χρησιμοποιείτε μόνο τις σταθερές που δίνονται σε κάθε θέμα.
- 4) Επιτρέπεται η χρήση μόνο μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
- 5) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- 6) Επιτρέπεται η χρήση μπλε ή μαύρου μελανιού μόνο. (Οι γραφικές παραστάσεις μπορούν να γίνουν και με μολύβι).

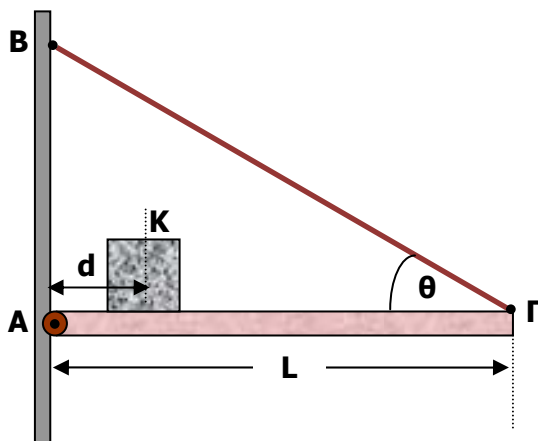
## ΘΕΜΑ 1 (10 μονάδες)

(Α) Να διατυπώσετε τις συνθήκες ισορροπίας ενός στερεού σώματος, γράφοντας και τις ανάλογες μαθηματικές σχέσεις.

(Β) Η οριζόντια ομογενής δοκός στο σχήμα, μήκους  $L = 4 \text{ m}$  και μάζας  $25 \text{ Kg}$ , βρίσκεται σε στατική ισορροπία με τη βοήθεια του αβαρούς νήματος ΒΓ και της άρθρωσης στο σημείο Α. Το νήμα σχηματίζει γωνία  $\theta = 37^\circ$  με τη δοκό και τα σημεία Α και Β βρίσκονται σε κατακόρυφο επίπεδο. Ένας κύβος από αλουμίνιο, Κ, μάζας  $35 \text{ Kg}$ , τοποθετείται στη δοκό σε απόσταση  $d = 1 \text{ m}$  από την άρθρωση Α. Το νήμα μπορεί να αντέξει, πριν κοπεί, σε τάση  $450 \text{ N}$ . Δίνεται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

(α) Να υπολογίσετε την τάση του νήματος και τη δύναμη (μέτρο, διεύθυνση και φορά) που ασκεί η άρθρωση στη δοκό.

(β) Να υπολογίσετε τη μέγιστη απόσταση από το Α,  $d_{\text{max}}$ , στην οποία μπορεί να τοποθετηθεί ο κύβος, πριν κοπεί το νήμα.



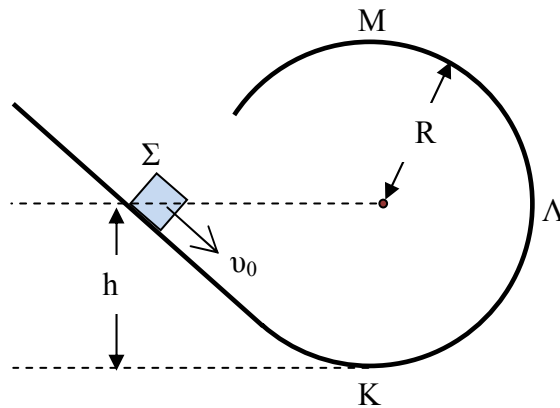
**ΘΕΜΑ 2** (10 μονάδες)

(Α) Να γράψετε τη συνθήκη ώστε ένα σώμα να εκτελεί κυκλική κίνηση.

(Β) Το σώμα  $\Sigma$  στο σχήμα έχει αρχική ταχύτητα μέτρου  $u_0$  όταν βρίσκεται σε ύψος  $h = R$  από το κατώτατο σημείο Κ της ημικυκλικής τροχιάς ΚΛΜ, ακτίνας  $R$ . Οι τριβές κατά την κίνηση του σώματος είναι αμελητέες.

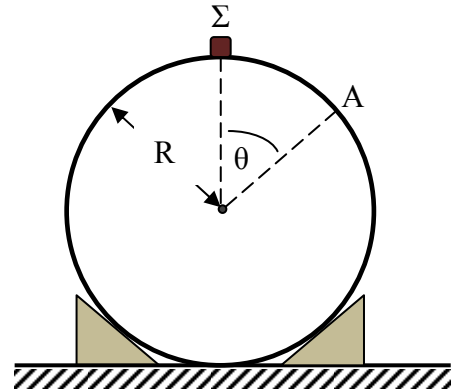
(i) Να αποδείξετε τη σχέση που δίνει την ελάχιστη τιμή της  $u_0$ , ως συνάρτηση της ακτίνας  $R$  και της επιτάχυνσης της βαρύτητας  $g$ , ώστε το σώμα να περάσει από το ανώτατο σημείο Μ της τροχιάς.

(ii) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας του σώματος  $\Sigma$  σε σχέση με το ύψος από το σημείο Κ για  $0 \leq h \leq 2R$ .



(Γ) Το σώμα  $\Sigma$  στο σχήμα αφήνεται να γλιστρήσει από την ηρεμία από το ψηλότερο σημείο μιας σφαιρικής επιφάνειας ακτίνας  $R$ . Το σώμα στο σημείο Α χάνει επαφή με την επιφάνεια. Στο σημείο Α η ακτίνα σχηματίζει οξεία γωνία  $\theta$  με την κατακόρυφη διεύθυνση, όπως δείχνει το σχήμα. Οι τριβές κατά την κίνηση του σώματος είναι αμελητέες. Να αποδείξετε ότι

$$\sin \theta = \frac{2}{3}.$$



**ΘΕΜΑ 3** (10 μονάδες)

Ένας τεχνητός δορυφόρος της Γης εκτελεί κυκλική τροχιά σε ύψος 900 km πάνω από την επιφάνειά της. Δίνεται: Η ακτίνα της Γης,  $R = 6370$  km,  $g_0 = 10$  m/s<sup>2</sup>.

(α) Να υπολογίσετε την περίοδο περιφοράς του δορυφόρου.

(β) Να γράψετε τις αναγκαίες συνθήκες ώστε ένας δορυφόρος να είναι γεωστατικός και να εξετάσετε εάν ο πιο πάνω δορυφόρος είναι γεωστατικός ή όχι.

(γ) Να υπολογίσετε το χρόνο που ο δορυφόρος είναι ορατός από έναν ακίνητο, ως προς τη Γη, παρατηρητή που βρίσκεται πάνω στην επιφάνεια της Γης, στο επίπεδο της τροχιάς του δορυφόρου.

**ΘΕΜΑ 4** (10 μονάδες)

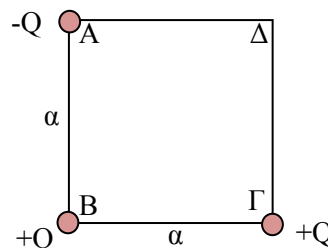
Τρία σημειακά φορτία βρίσκονται στις τρεις κορυφές ενός τετραγώνου πλευράς  $a = 3 \text{ m}$ , όπως δείχνει το σχήμα. Είναι  $Q = 2 \mu\text{C}$ .

Σταθερά Coulomb:  $K_0 = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ .

(α) Να υπολογίσετε την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στην τέταρτη κορυφή, Δ, του τετραγώνου.

(β) Να υπολογίσετε το ολικό δυναμικό στο σημείο Δ.

(γ) Να υπολογίσετε το έργο του πεδίου κατά τη μετακίνηση ενός φορτίου  $q = +10 \text{ nC}$ , από το Δ στο άπειρο. Να εξετάσετε εάν η ηλεκτρική δύναμη του πεδίου παράγει ή καταναλώνει έργο.

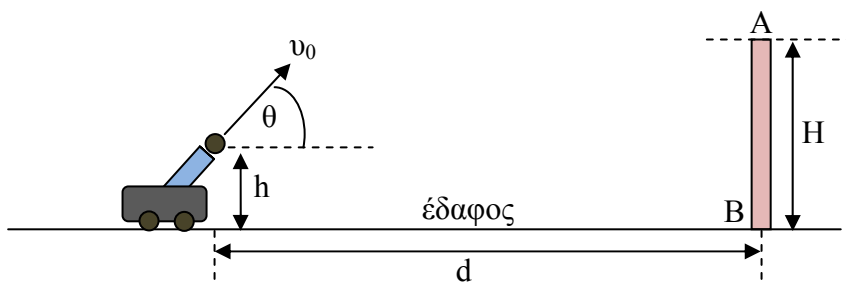


**ΘΕΜΑ 5** (15 μονάδες)

Ένα βλήμα βάλλεται από ακίνητο πυροβόλο όπλο από ύψος  $h = 3 \text{ m}$  από την οριζόντια επιφάνεια του εδάφους με ταχύτητα μέτρου  $u_0$  που σχηματίζει γωνία  $\theta$  με την οριζόντια διεύθυνση. Το βλήμα περνά ξυστά από την κορυφή Α ενός κατακόρυφου τοίχου ύψους  $H = 23 \text{ m}$  με οριζόντια ταχύτητα. Ο τοίχος απέχει οριζόντια απόσταση  $d = 50 \text{ m}$  από το σημείο βολής. Δίνεται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

(α) Να δείξετε ότι:  $\varepsilon\phi\theta = \frac{4}{5}$ , και  $u_0 = 32 \text{ m/s}$ .

(β) Θεωρήστε για το ερώτημα αυτό ότι τη στιγμή της βολής το πυροβόλο όπλο έχει σταθερή ταχύτητα μέτρου  $u_n$  ώστε να απομακρύνεται από τον τοίχο. Οι διευθύνσεις των δύο ταχυτήτων, του βλήματος και του πυροβόλου, είναι στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του πυροβόλου ώστε το βλήμα να κτυπήσει τη βάση Β του τοίχου.



**ΘΕΜΑ 6** (15 μονάδες)

**(Α)** Δύο σώματα Α και Β, με μάζες  $m_1$  και  $m_2$  αντίστοιχα, τοποθετούνται το ένα πάνω στο άλλο μέσα σε ένα ανελκυστήρα μάζας  $m_3$ . Ο ανελκυστήρας επιταχύνεται προς τα πάνω με επιτάχυνση μέτρου  $a$ , όπως δείχνει το σχήμα.

**(α)** Να σχεδιάσετε, σε ελεύθερα διαγράμματα, τις δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα Α και Β. Ονομάστε το σώμα που ασκεί την κάθε δύναμη.

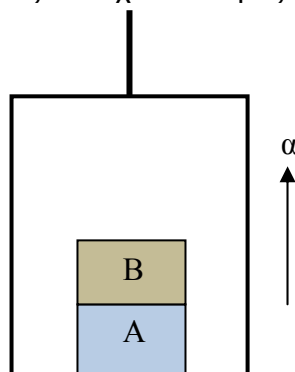
**(β)** Να εκφράσετε το μέτρο της τάσης του συρματόσχοινου ως συνάρτηση των μεγεθών  $a$ ,  $g$ ,  $m_1$ ,  $m_2$  και  $m_3$ .

Για τα επόμενα ερωτήματα δίνονται:  $m_1 = 20 \text{ kg}$ ,

$m_2 = 40 \text{ kg}$ ,  $a = 0,5 \text{ m/s}^2$  και  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**(γ)** Να υπολογίσετε το μέτρο της συνισταμένης δύναμης στο σώμα Α.

**(δ)** Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκείται στο σώμα Α από το πάτωμα του ανελκυστήρα.



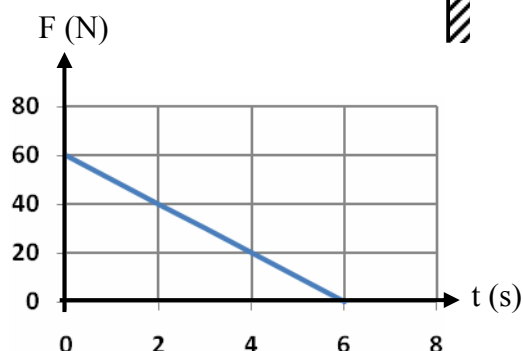
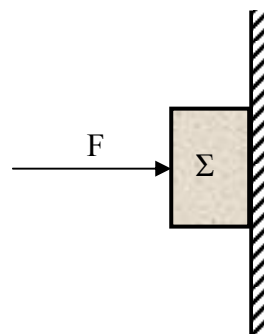
**(Β)** Το σώμα Σ στο σχήμα, μάζας  $2 \text{ kg}$ , δέχεται την επίδραση οριζόντιας δύναμης μέτρου  $F = 60 \text{ N}$ . Το σώμα είναι σε επαφή με ακλόνητο κατακόρυφο τοίχωμα. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης είναι  $0,40$  και ο συντελεστής μέγιστης στατικής τριβής είναι  $0,50$ . Δίνεται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**(α)** Να εξηγήσετε κατά πόσο το σώμα είναι ακίνητο ή όχι ως προς το τοίχωμα.

**(β)** Στη συνέχεια το μέτρο της δύναμης μεταβάλλεται με το χρόνο όπως δείχνει η γραφική παράσταση.

**(i)** Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή μετά από την οποία το σώμα αρχίζει να ολισθαίνει.

**(ii)** Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος τη χρονική στιγμή  $t = 3 \text{ s}$ .



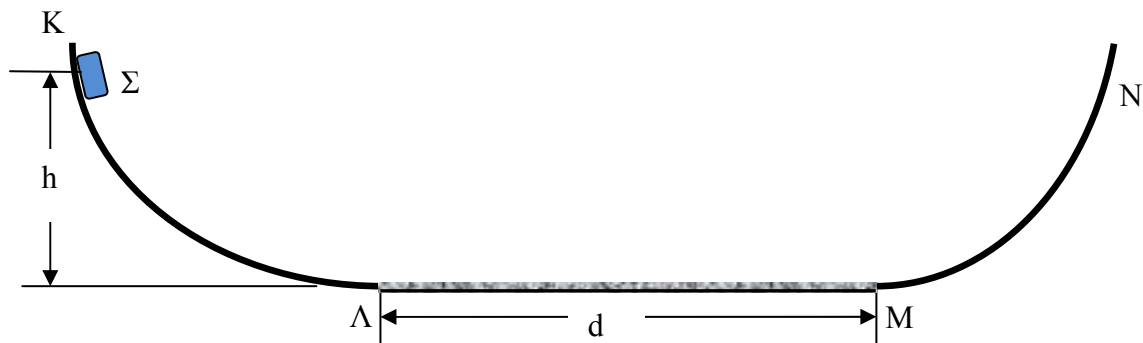
**ΘΕΜΑ 7** (15 μονάδες)

**(Α)** Τι ονομάζουμε στατική τριβή και τι τριβή ολίσθησης;

**(Β)** Ένα σώμα  $\Sigma$  αφήνεται από την ηρεμία να κινηθεί στο εσωτερικό της τροχιάς ΚΛΜΝ του σχήματος. Το ύψος, ως προς το οριζόντιο επίπεδο ΛΜ, από το οποίο αφήνεται το σώμα είναι  $h = 1,8 \text{ m}$ . Τριβές υπάρχουν μόνο στο τμήμα ΛΜ, μήκους  $d = 4 \text{ m}$ , με συντελεστή τριβής ολίσθησης 0,2. Δίνεται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**(α)** Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος  $\Sigma$  όταν περνά από το σημείο Μ για πρώτη φορά.

**(β)** Να υπολογίσετε την απόσταση από το σημείο Λ που θα σταματήσει το σώμα.



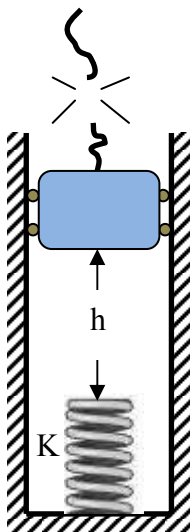
**(Γ)** Το καλώδιο ενός ανελκυστήρα βάρους 3000 N, που είναι αρχικά ακίνητος, κόβεται όταν ο ανελκυστήρας βρίσκεται σε απόσταση  $h = 7,5 \text{ m}$  πάνω από το ελεύθερο άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου, σταθεράς  $K = 10000 \text{ N/m}$ . Το ελατήριο βρίσκεται στη βάση του φρεατίου, όπως δείχνει το σχήμα. Αμέσως μετά ασκείται πάνω στον ανελκυστήρα σταθερή δύναμη τριβής μέτρου 1000 N.

(Δίνεται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ). Θεωρήστε το ελατήριο αβαρές.

**(α)** Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του ανελκυστήρα τη στιγμή που έρχεται σε επαφή με το ελατήριο.

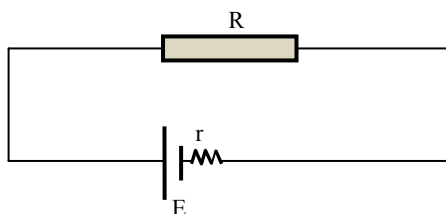
**(β)** Να υπολογίσετε τη μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου.

**(γ)** Να υπολογίσετε το μέγιστο ύψος, από το ελεύθερο άκρο του ελατηρίου, που θα αναπηδήσει ο ανελκυστήρας όταν θα χάσει και πάλι επαφή με το ελατήριο, για πρώτη φορά.



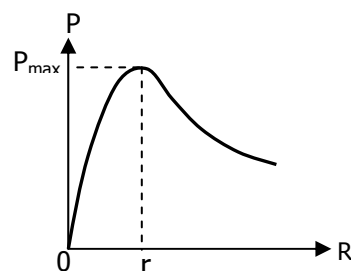
**ΘΕΜΑ 8** (15 μονάδες)

Το κύκλωμα στο σχήμα περιλαμβάνει ωμική αντίσταση  $R$  και πηγή ηλεκτρεγερτικής δύναμης  $E$  και εσωτερικής αντίστασης  $r$ .

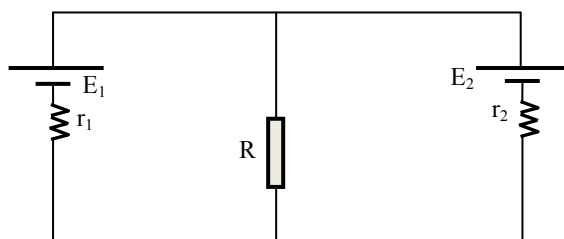


(α) Να δείξετε ότι η ηλεκτρική ισχύς  $P$  που αποδίδει η αντίσταση  $R$  δίνεται από τη σχέση:  $P = \frac{E^2 R}{(r + R)^2}$ .

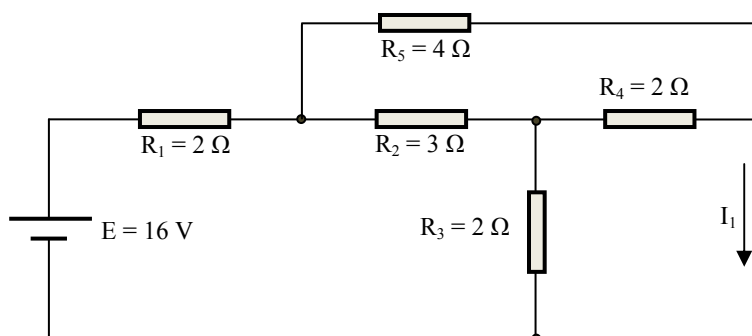
(β) Η γραφική παράσταση δείχνει τη σχέση της ισχύος  $P$  σε σχέση με την αντίσταση  $R$ .  
Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης να εκφράσετε τη μέγιστη ισχύ  $P_{\max}$  που αποδίδει η αντίσταση  $R$ , σε σχέση με τα μεγέθη  $E$  και  $r$ .



(γ) Στο κύκλωμα του σχήματος να προσδιορίσετε την τιμή της αντίστασης  $R$  σε σχέση με τις τιμές  $r_1$  και  $r_2$ , ώστε η ισχύς που αποδίδει η αντίσταση  $R$  να είναι μέγιστη.



(δ) (i) Να γράψετε σε ποιο νόμο της Φυσικής στηρίζεται ο πρώτος κανόνας του Kirchhoff για κόμβο και σε ποιον νόμο ο δεύτερος κανόνας του Kirchhoff για βρόχο.  
(ii) Να υπολογίσετε την ένταση του ρεύματος  $I_1$  στο κύκλωμα.



# ΕΝΩΣΗ ΚΥΠΡΙΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ



**22<sup>η</sup> ΠΑΓΚΥΠΡΙΑ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ ΦΥΣΙΚΗΣ**

**Β' ΛΥΚΕΙΟΥ**

**Σάββατο, 12 Απριλίου, 2008**

**Ώρα: 11:00 - 14:00**

## Προτεινόμενες Λύσεις

### ΘΕΜΑ 1 (10 μονάδες)

**(Α)** Ένα στερεό σώμα είναι σε ισορροπία όταν το διανυσματικό άθροισμα των δυνάμεων είναι μηδέν και το διανυσματικό άθροισμα των ροπών είναι μηδέν.

Ανάλογα  $\Sigma F = 0$  και  $\Sigma M = 0$ .

**(2 μον.)**

**(Β) (α)** Παίρνουμε ροπές ως προς το σημείο Α :  $B_k \cdot d + B_\delta \cdot \frac{L}{2} = S \cdot \eta \mu \theta \cdot L$

Αντικαθιστούμε:  $350 \cdot 1 + 250 \cdot 2 = S \cdot 4 \cdot \eta \mu 37^\circ \Rightarrow 850 = S \cdot 4 \cdot 0,6 \Rightarrow S = 354,2 \text{ N}$ .

Έστω  $F_x$  και  $F_y$  οι δύο συνιστώσες της δύναμης που ασκεί η άρθρωση στη δοκό στο σημείο Α. Είναι:

$$F_y + S \cdot \eta \mu \theta = B_k + B_\delta \Rightarrow F_y + 354,2 \cdot \eta \mu 37^\circ = 350 + 250$$

$$\Rightarrow F_y + 213,16 = 600 \Rightarrow F_y = 386,8 \text{ N}$$

$$F_x = S \cdot \sigma \upsilon \nu \theta \Rightarrow F_x = 354,2 \cdot \sigma \upsilon \nu 37^\circ \Rightarrow F_x = 282,9 \text{ N}$$

Το μέτρο της  $F$ , είναι:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \Rightarrow F = \sqrt{282,9^2 + 386,6^2} \Rightarrow F = \sqrt{80032,41 + 149459,56}$$

$$\Rightarrow F = 479,1 \text{ N}$$

η γωνία  $\phi$  που σχηματίζει η δύναμη με την οριζόντια διεύθυνση είναι:

$$\epsilon \phi \phi = \frac{F_y}{F_x} = \frac{386,8}{282,9} = 1,367 \Rightarrow \phi = 53,8^\circ$$

**(6 μον.)**

**(β)** Παίρνουμε ροπές ως προς το σημείο Α:  $B_k \cdot d_{\max} + B_\delta \cdot \frac{L}{2} = S_{\max} \cdot \eta \mu \theta \cdot L$

Αντικαθιστούμε:  $350 \cdot d_{\max} + 250 \cdot 2 = 450 \cdot 4 \cdot \eta \mu 37^\circ \Rightarrow d_{\max} = 1,67 \text{ m}$ .

**(2 μον.)**

**ΘΕΜΑ 2** (10 μονάδες)

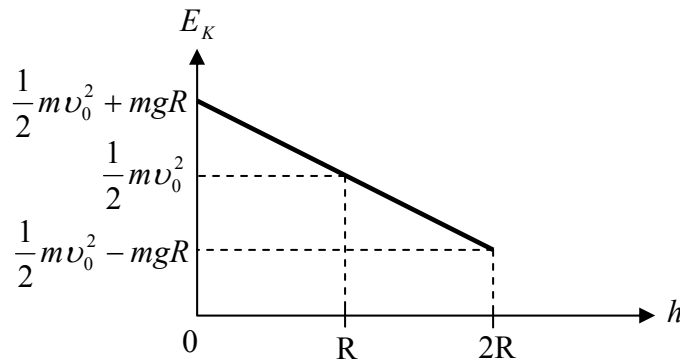
**(Α)** Ένα σώμα εκτελεί κυκλική κίνηση όταν υπάρχει δύναμη στο σώμα με διεύθυνση κάθετη στην ταχύτητα και με φορά προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς. **(1 μον.)**

**(Β) (i)** Η ελάχιστη ταχύτητα στο Μ προκύπτει από τη συνθήκη:  $mg = m \frac{v_{M(\min)}^2}{R}$ .

Δηλαδή η κάθετη δύναμη από την τροχιά να είναι μηδέν, οπότε το βάρος ενεργεί ως κεντρομόλος δύναμη. Άρα,  $v_{M(\min)} = \sqrt{gR}$ . Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για τα σημεία Μ και το σημείο που το σώμα έχει ταχύτητα μέτρου  $v_0$ , οπότε παίρνουμε,:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mgR + \frac{1}{2}mgR \Rightarrow v_0 = \sqrt{3gR}. \quad \textbf{(2 μον.)}$$

**(ii)** Στο σημείο που βρίσκεται αρχικά το σώμα έχει μηχανική ενέργεια ίση με  $\frac{1}{2}mv_0^2 + mgR$ . Στη συνέχεια η ενέργεια αυτή παραμένει σταθερή επειδή δεν υπάρχουν τριβές. Άρα,  $\frac{1}{2}mv_0^2 + mgR = E_K + mgh$ . Άρα,  $E_K = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgR - mgh$ , όπου  $0 \leq h \leq 2R$ . Η γραφική παράσταση φαίνεται στο επόμενο διάγραμμα.



**(2 μον.)**

**(Γ)** Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας:  $mgR(1 - \sin\theta) = \frac{1}{2}mv^2$ .

Στο σημείο που το σώμα χάνει επαφή με την τροχιά, η κεντρομόλος δύναμη είναι η ακτινική συνιστώσα του βάρους:  $mg\sin\theta = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow v^2 = Rg\sin\theta$ . Άρα,

$$gR(1 - \sin\theta) = \frac{1}{2}Rg\sin\theta \Rightarrow 1 - \sin\theta = \frac{1}{2}\sin\theta \Rightarrow 1 = \frac{3}{2}\sin\theta \Rightarrow \sin\theta = \frac{2}{3}.$$

**(5 μον.)**

**ΘΕΜΑ 3** (10 μονάδες)

**(α)** Η δύναμη παγκόσμιας έλξης από τη Γη στον δορυφόρο ενεργεί ως κεντρομόλος δύναμη. Άρα,

$$G \frac{M_{\Gamma} \cdot m}{(R+h)^2} = m\omega^2(R+h). \text{ Είναι } \omega = \frac{2\pi}{T}. \text{ Άρα, } G \frac{M_{\Gamma}}{(R+h)^2} = \frac{4\pi^2}{T^2}(R+h).$$

$$\text{Είναι } g_0 = G \frac{M_{\Gamma}}{R^2}. \text{ Άρα, } g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2} = \frac{4\pi^2}{T^2}(R+h) \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{(R+h)^3}{g_0 R^2}}.$$

Αντικαθιστούμε,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(6370000 + 900000)^3}{10 \cdot (6370000)^2}} = 1,70 \text{ h}. \quad (4 \text{ μον.})$$

**(β)** Ένας δορυφόρος είναι γεωστατικός όταν (i) έχει την ίδια περίοδο με τη Γη γύρω από τον άξονά της, δηλαδή 24 h, (ii) το επίπεδο της τροχιάς του συμπίπτει με το επίπεδο του ισημερινού και (iii) έχει την ίδια φορά κίνησης με τη Γη. **(1 μον.)**

Ο πιο πάνω δορυφόρος δεν μπορεί να είναι γεωστατικός επειδή έχει περίοδο διαφορετική από 24 h. **(1 μον.)**

**(γ)** Θεωρούμε τη Γη ακίνητη και το δορυφόρο να περιστρέφεται γύρω από τη Γη με σχετική ως προς τη Γη γωνιακή ταχύτητα,  $\omega_{\sigma} = \omega_{\Delta} \pm \omega_{\Gamma}$ . Το πρόσημο (-) αντιστοιχεί στην περίπτωση που ο δορυφόρος περιστρέφεται στη φορά περιστροφής της Γης και το (+) στην περίπτωση που ο δορυφόρος περιστρέφεται αντίθετα με τη φορά της Γης.

Ο δορυφόρος είναι ορατός από έναν ακίνητο, ως προς τη Γη, παρατηρητή, που βρίσκεται στην επιφάνεια της Γης, στο επίπεδο της τροχιάς του δορυφόρου, όσο χρόνο ο δορυφόρος διαγράφει το τόξο ΑΒΓ.

Είναι

$$\omega_{\sigma} = \frac{2\pi}{T} \pm \frac{2\pi}{T_{\Gamma}} = 2\pi \left( \frac{1}{T} \pm \frac{1}{T_{\Gamma}} \right) = 2\pi \frac{T_{\Gamma} \pm T}{T \cdot T_{\Gamma}}.$$

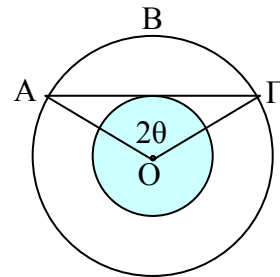
$$\text{Είναι, } \omega_{\sigma} = \frac{2\theta}{t}. \text{ Άρα,}$$

$$2\pi \left| \frac{T_{\Gamma} \pm T}{T \cdot T_{\Gamma}} \right| = \frac{2\theta}{t} \Rightarrow t = \frac{\theta}{\pi} \left| \frac{T_{\Gamma} \cdot T}{T \pm T_{\Gamma}} \right|.$$

Από το σχήμα παίρνουμε,

$$\sigmaυν\theta = \frac{R}{R+h} \Rightarrow \sigmaυν\theta = \frac{6370000}{6370000 + 900000} \Rightarrow \theta = 0,503 \text{ rad} \text{ Άρα,}$$

$$t = \frac{\theta}{\pi} \left| \frac{T_{\Gamma} \cdot T}{T \pm T_{\Gamma}} \right| = \frac{0,503}{\pi} \left| \frac{24 \cdot 1,70}{1,70 \pm 24} \right| = 915 \text{ s} \dots \acute{\eta} \dots 1055 \text{ s}. \quad (4 \text{ μον.})$$



**(Σημ. Να δοθούν 4 μον. εάν υπολογιστεί ορθά μόνο η μια περίπτωση).**

**ΘΕΜΑ 4** (10 μονάδες)

**(α)** Βρίσκουμε πρώτα το μέτρο των τριών εντάσεων στην τέταρτη κορυφή που οφείλονται στο κάθε φορτίο ξεχωριστά.

$$E_1 = K_0 \frac{Q}{a^2} = 9 \times 10^9 \frac{2 \times 10^{-6}}{9} = 2 \times 10^3 \text{ N/C}.$$

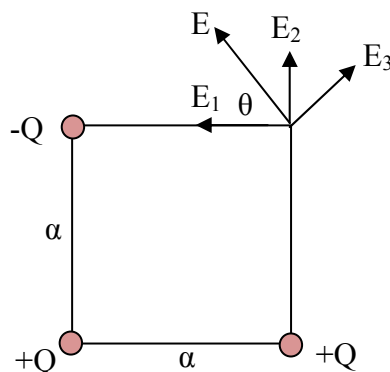
$$E_2 = E_1 = 2 \times 10^3 \text{ N/C}.$$

$$E_3 = K_0 \frac{Q}{r^2} = 9 \times 10^9 \frac{2 \times 10^{-6}}{18} = 1 \times 10^3 \text{ N/C}.$$

$$E_{3x} = E_{3y} = E_3 \eta \mu 45^\circ = 0,71 \times 10^3 \text{ N/C}.$$

$$E_x = E_1 - E_{3x} = 2 \times 10^3 - 0,71 \times 10^3 = 1,29 \times 10^3 \text{ N/m}$$

$$E_y = E_2 + E_{3y} = 2 \times 10^3 + 0,71 \times 10^3 = 2,71 \times 10^3 \text{ N/m}$$



$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \sqrt{(1,29 \times 10^3)^2 + (2,71 \times 10^3)^2},$$

$$E = \sqrt{1664100 + 7344100} = \sqrt{9008200} = 3001,4 \text{ N/m}.$$

$$\varepsilon \phi \theta = \frac{E_y}{E_x} = \frac{2,71}{1,29} = 2,1 \Rightarrow \theta = 64,5^\circ. \text{ (βλ. σχήμα).}$$

**(5 μον.)**

**(β)** Το ολικό δυναμικό στο Δ είναι:  $V_\Delta = K_0 \left( \frac{-Q}{a} + \frac{+Q}{a} + \frac{+Q}{a\sqrt{2}} \right) = K_0 \frac{+Q}{a\sqrt{2}}.$

Αντικαθιστούμε,  $V_\Delta = 9 \times 10^9 \frac{2 \times 10^{-6}}{3 \cdot \sqrt{2}} = +4242,6 \text{ V}.$

**(2 μον.)**

**(γ)** Το έργο του πεδίου στο φορτίο q, κατά τη μετακίνηση από το σημείο Δ στο άπειρο είναι:

$$W = -q \cdot \Delta V = -q \cdot (V_\infty - V_\Delta). \text{ Αντικαθιστούμε,}$$

$$W = -10 \times 10^{-9} \cdot (0 - 4242,6) = +4,24 \times 10^{-5} \text{ J}.$$

Το έργο του πεδίου στο φορτίο είναι θετικό, άρα το πεδίο παράγει έργο στο φορτίο.

**(3 μον.)**

**ΘΕΜΑ 5** (15 μονάδες)

**(α)** Στο σημείο Α, η κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας είναι μηδέν. Είναι

$$v_y = v_0 \eta \mu \theta - g t . \text{ Άρα, } 0 = v_0 \eta \mu \theta - g t \Rightarrow t = \frac{v_0 \eta \mu \theta}{g} .$$

Σε κάθε στιγμή η θέση, ως προς το σημείο βολής, καθορίζεται από:  $x = v_0 \sigma \upsilon \nu \theta t$  και

$$y = v_0 \eta \mu \theta t - \frac{1}{2} g t^2 . \text{ Στο σημείο Α έχουμε: } 50 = v_0 \sigma \upsilon \nu \theta t \text{ και } 20 = v_0 \eta \mu \theta t - \frac{1}{2} g t^2 .$$

Αντικαθιστούμε το χρόνο  $t = \frac{v_0 \eta \mu \theta}{g}$  και παίρνουμε,

$$50 = v_0 \sigma \upsilon \nu \theta \frac{v_0 \eta \mu \theta}{g} \Rightarrow 500 = v_0^2 \eta \mu \theta . \sigma \upsilon \nu \theta ,$$

$$20 = v_0 \eta \mu \theta \frac{v_0 \eta \mu \theta}{g} - \frac{v_0^2 \eta \mu^2 \theta}{2g} \Rightarrow 400 = 2v_0^2 \eta \mu^2 \theta - v_0^2 \eta \mu^2 \theta \Rightarrow 400 = v_0^2 \eta \mu^2 \theta .$$

Από τις δύο εξισώσεις παίρνουμε:  $\epsilon \phi \theta = \frac{4}{5}$ . Είναι  $\eta \mu \theta = \frac{4}{\sqrt{41}}$ . Άρα

$$400 = v_0^2 \eta \mu^2 \theta \Rightarrow 400 = v_0^2 \frac{16}{41} \Rightarrow v_0 = 5\sqrt{41} = 32 \text{ m/s} . \quad \textbf{(7 μον.)}$$

**(β)** Όταν το βλήμα κτυπά τη βάση του τοίχου,  $y = -3 \text{ m}$  και  $x = d + v_{\pi} t$ , όπου  $t$  είναι ο χρόνος βολής (πτήσης) και  $v_{\pi}$  είναι το μέτρο της ταχύτητας του πυροβόλου.

Από την προηγούμενη ερώτηση  $v_0 = 32 \text{ m/s}$  και  $\epsilon \phi \theta = \frac{4}{5} \Rightarrow \theta = 39^\circ$ .

$$\text{Είναι, } y = v_0 \eta \mu \theta t - \frac{1}{2} g t^2 . \text{ Άρα, } -3 = 32 \eta \mu 39 . t - 5 t^2$$

$$5 t^2 - 20,14 t - 3 = 0 \Rightarrow t = 4,17 \text{ s} .$$

$$\text{Είναι: } x = v_0 \sigma \upsilon \nu \theta . t \text{ και } x = d + v_{\pi} . t . \text{ Άρα, } 50 + v_{\pi} . t = 32 \sigma \upsilon \nu 39 . t .$$

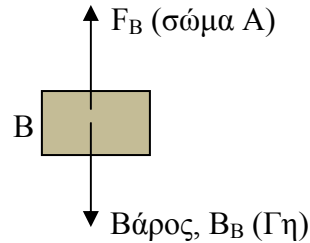
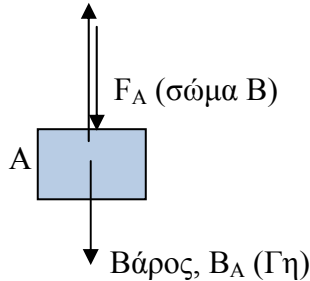
$$\text{Αντικαθιστούμε την τιμή του χρόνου: } 50 + v_{\pi} . 4,17 = 32 \sigma \upsilon \nu 39 . 4,17 \Rightarrow v_{\pi} = 12,9 \text{ m/s} .$$

**(8 μον.)**

**ΘΕΜΑ 6** (15 μονάδες)

**(Α) (α)** Το σώμα Α δέχεται τρεις δυνάμεις και το σώμα Β δύο δυνάμεις, όπως δείχνουν τα ελεύθερα διαγράμματα:

Κάθετη δύναμη,  $N_A$  (πάτωμα ανελκυστήρα)



**(1 μον.)**

**(β)** Από το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα για το σύστημα, έχουμε:  $\Sigma F = (m_{ολ})a$ . Άρα,

$$S - B_{ολ} = (m_1 + m_2 + m_3)a \Rightarrow S - (m_1 + m_2 + m_3)g = (m_1 + m_2 + m_3)a \text{ . Άρα,}$$

$$S = (m_1 + m_2 + m_3)(g + a) \text{ .}$$

**(2 μον.)**

**(γ)** Από το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα για το σώμα Α, έχουμε:  $\Sigma F = m_1 a$ . Άρα,

$$\Sigma F = 20 \cdot 0,5 = 10 \text{ N.}$$

**(2 μον.)**

**(δ)** Από το διάγραμμα των δυνάμεων στο Α, έχουμε,  $\Sigma F = N_A - B_A - F_A$ . Από το διάγραμμα των δυνάμεων στο Β, έχουμε,

$$\Sigma F = F_B - B_B \Rightarrow m_2 a = F_B - m_2 g \Rightarrow F_B = m_2 (a + g) \Rightarrow F_B = 40(0,5 + 10) = 420 \text{ N .}$$

Είναι  $F_B = F_A$  (δράση - αντίδραση). Άρα,  $\Sigma F = N_A - B_A - F_A \Rightarrow 10 = N_A - 200 - 420$

$$\Rightarrow N_A = 630 \text{ N .}$$

**(2 μον.)**

**(Β) (α)** Για να παραμένει ακίνητο σε σχέση με το τοίχωμα, πρέπει να ικανοποιείται:

$$T_{\sigma\tau\alpha(\max)} \geq mg \Rightarrow \mu_{\sigma\tau} N \geq mg \Rightarrow \mu_{\sigma\tau} F \geq mg \Rightarrow F \geq \frac{mg}{\mu_{\sigma\tau}} = \frac{20}{0,5} \Rightarrow F \geq 40 \text{ N . Εφόσον}$$

το μέτρο της δύναμης που ασκείται στο σώμα ικανοποιεί τη συνθήκη αυτή, το σώμα είναι ακίνητο ως προς το τοίχωμα.

**(3 μον.)**

**(β) (i)** Όταν το μέτρο της  $F$  γίνει ίσο με 40 N, το σώμα αρχίζει να ολισθαίνει. Αυτό συμβαίνει τη χρονική στιγμή  $t = 2 \text{ s}$ .

**(2 μον.)**

**(ii)** Τη χρονική στιγμή  $t = 3 \text{ s}$  το μέτρο της δύναμης είναι 30 N. Από το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα, έχουμε,  $\Sigma F = ma \Rightarrow mg - T_{ολ} = ma \Rightarrow mg - \mu_{ολ} F = ma$

$$\Rightarrow a = \frac{mg - \mu_{ολ} F}{m} \Rightarrow a = \frac{20 - 0,4 \cdot 30}{2} = 4 \text{ m/s}^2 \text{ .}$$

**(3 μον.)**

**ΘΕΜΑ 7** (15 μονάδες)

**(Α)** Η στατική τριβή είναι η δύναμη που εμφανίζεται μεταξύ δύο επιφανειών όταν η μια τείνει να κινηθεί ως προς την άλλη.

Η τριβή ολίσθησης είναι η δύναμη που εμφανίζεται μεταξύ δύο επιφανειών όταν υπάρχει κίνηση της μιας επιφάνειας ως προς την άλλη. **(1 μον.)**

**(Β) (α)** Από το θεώρημα διατήρησης της ενέργειας:

$$mgh = \frac{1}{2}mv_M^2 + T_{ολ}.d \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv_M^2 + \mu_{ολ}.mg.d \Rightarrow 2gh = v_M^2 + 2\mu_{ολ}gd$$

$$\Rightarrow v_M = \sqrt{2gh - 2\mu_{ολ}gd} . \text{ Αντικαθιστούμε:}$$

$$v_M = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1,8 - 2 \cdot 0,2 \cdot 10 \cdot 4} = \sqrt{36 - 16} = \sqrt{20} = 4,47 \text{ m/s} . \quad \textbf{(2 μον.)}$$

**(β)** Όταν σταματήσει το σώμα, όλη η αρχική ενέργεια καταναλώνεται στο έργο της

$$\text{τριβής. Άρα, } mgh = T_{ολ}.x_{ολ} \Rightarrow x_{ολ} = \frac{mgh}{T_{ολ}} = \frac{mgh}{\mu_{ολ}.mg} \Rightarrow x_{ολ} = \frac{h}{\mu_{ολ}} = 9 \text{ m} .$$

Άρα το σώμα διαγράφει δύο φορές την απόσταση d, διανύοντας 8 m, και σταματά σε απόσταση 1 m από το σημείο Λ. **(3 μον.)**

**(Γ) (α)** Από το θεώρημα διατήρησης της ενέργειας μεταξύ της αρχικής θέσης του ανελκυστήρα και της στιγμής της επαφής με το ελατήριο:

$$Bh = \frac{1}{2}mv^2 + T.h \Rightarrow 3000 \cdot 7,5 = \frac{1}{2} \cdot 300 \cdot v^2 + 1000 \cdot 7,5 \Rightarrow 22500 = 150 \cdot v^2 + 7500$$

$$\Rightarrow 15000 = 150 \cdot v^2 \Rightarrow v = 10 \text{ m/s} . \quad \textbf{(3 μον.)}$$

**(β)** Από το θεώρημα διατήρησης της ενέργειας μεταξύ της στιγμής της επαφής με το ελατήριο και της στιγμής της μέγιστης συμπίεσης:

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgx = \frac{1}{2}Kx^2 + T..x \Rightarrow 15000 + 3000x = 5000x^2 + 1000x .$$

$$\Rightarrow 15 + 3x = 5x^2 + x \Rightarrow 5x^2 - 2x - 15 = 0 \Rightarrow x = 1,9 \text{ m} . \quad \textbf{(3 μον.)}$$

**(γ)** Από το θεώρημα διατήρησης της ενέργειας μεταξύ της στιγμής της μέγιστης συμπίεσης και της στιγμής του μέγιστου ύψους:

$$\frac{1}{2}Kx^2 = T(x + H) + mg(x + H) \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 10000 \cdot 1,9^2 = 1000(1,9 + H) + 3000(1,9 + H)$$

$$\Rightarrow 18050 = 1900 + 1000H + 5700 + 3000H \Rightarrow 10450 = 4000H \Rightarrow H = 2,61 \text{ m} .$$

**(3 μον.)**

**ΘΕΜΑ 8** (15 μονάδες)

**(α)** Η ηλεκτρική ισχύς στην αντίσταση είναι:  $P = I^2 \cdot R$ . Από το νόμο του Ohm έχουμε:  $I = \frac{E}{R+r}$ . Άρα,  $P = \frac{E^2 \cdot R}{(R+r)^2}$ . **(3 μον.)**

**(β)** Από τη γραφική παράσταση προκύπτει ότι η μέγιστη ισχύς στην αντίσταση παράγεται όταν  $R = r$ . Άρα,  $P = \frac{E^2 \cdot R}{(R+R)^2} \Rightarrow P = \frac{E^2}{4R}$ . **(2 μον.)**

**(γ)** Μέγιστη ισχύς στην αντίσταση  $R$  έχουμε όταν η τιμή της  $R$  είναι ίση με την ισοδύναμη εσωτερική αντίσταση των δύο πηγών στο κύκλωμα. Οι δύο εσωτερικές αντιστάσεις συνδέονται παράλληλα. Άρα,  $\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \Rightarrow r = \frac{r_1 \cdot r_2}{r_1 + r_2}$ . Επομένως ,

$$R = \frac{r_1 \cdot r_2}{r_1 + r_2}. \quad \textbf{(4 μον.)}$$

**(δ) (i)** Ο πρώτος κανόνας του Kirchhoff για κόμβο στηρίζεται στο νόμο διατήρησης του φορτίου. Ο δεύτερος κανόνας του Kirchhoff για βρόχο στηρίζεται στο νόμο διατήρησης της ενέργειας. **(1 μον.)**

**(ii)** Οι αντιστάσεις  $R_3$  και  $R_4$  συνδέονται παράλληλα. Άρα,  $R_{3,4} = 1 \, \Omega$ . Οι αντιστάσεις  $R_2$  και  $R_{3,4}$  συνδέονται σε σειρά. Άρα,  $R_{2,3,4} = 4 \, \Omega$ . Οι αντιστάσεις  $R_5$  και  $R_{2,3,4}$  συνδέονται παράλληλα. Άρα,  $R_{2,3,4,5} = 2 \, \Omega$ . Τέλος, οι αντιστάσεις  $R_1$  και  $R_{2,3,4,5}$  συνδέονται σε σειρά. Επομένως, η ισοδύναμη αντίσταση στο κύκλωμα έχει τιμή:  $R_{ολ} = 4 \, \Omega$ .

Η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα έχει τιμή,  $I = \frac{E}{R_{ολ}} = \frac{16}{4} = 4 \, \text{A}$ .

Από την αντίσταση  $R_1$  περνά ρεύμα έντασης 4 A. Το ρεύμα αυτό μοιράζεται εξίσου στις αντιστάσεις  $R_5$  και  $R_{2,3,4}$ . Άρα, από την αντίσταση  $R_5$  και την  $R_2$  περνά ρεύμα έντασης 2 A. Το ρεύμα από την  $R_2$  διαμοιράζεται εξίσου στις  $R_3$  και  $R_4$ . Άρα από τις αντιστάσεις  $R_4$  και  $R_3$  περνά ρεύμα 1 A. Το ρεύμα  $I_1$  είναι το ρεύμα από την  $R_4$  και την  $R_5$ . Επομένως,  $I_1 = 3 \, \text{A}$ . **(5 μον.)**