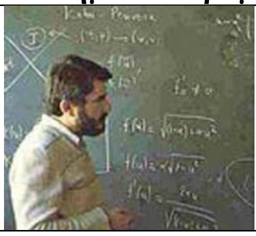
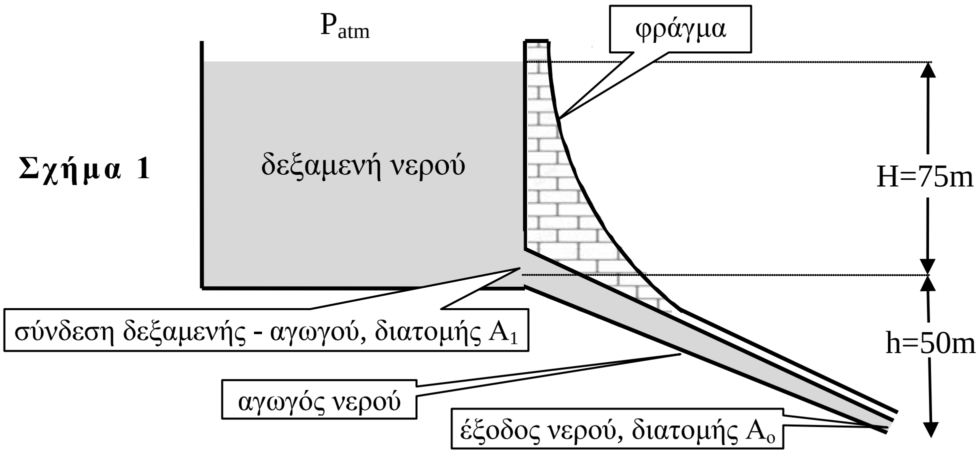
Σύλλογος Θετικών Επιστημόνων Δράμας	Διαγωνισμός στη μνήμη του καθηγητή **Βασίλη Ξανθόπουλου**
	**Φυσική Γ΄ Τάξης** **Δράμα, 18 Μαρτίου 2018**

Στο σχήμα 1 δίνεται γράφημα ενός μεγάλου φράγματος που χρησιμοποιείται για την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας. Το ύψος του νερού στη δεξαμενή του φράγματος είναι ίσο με H=75m και θεωρείται σταθερό, ενώ η υψομετρική διαφορά μεταξύ του σημείου εισόδου και του σημείου εξόδου στον αγωγό είναι ίση με h=50m. Το νερό στο φράγμα θεωρείται ιδανικό ρευστό και έχει πυκνότητα $\rho=1000kg/m^3$, η επιτάχυνση της βαρύτητας δίνεται $g=10m/s^2$ και η ατμοσφαιρική πίεση είναι ίση με $P_{atm}=10^5Pa$. Η διατομή του αγωγού στην έξοδο του νερού είναι ίση με $A_o=1m^2$, ενώ στο σημείο σύνδεσης δεξαμενής - αγωγού, η διατομή του αγωγού είναι ίση με A_1.



Σχήμα 1

1. Να βρεθεί η μάζα του νερού που εξέρχεται από τον αγωγό σε χρόνο t=1min. **(μονάδες 4)**

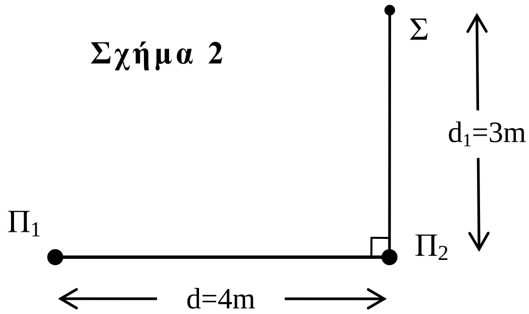
2. Αν στην έξοδο του αγωγού υπάρχει υδροστρόβιλος από τον οποίο το νερό εξέρχεται με ταχύτητα που είναι ίση με το 20% της ταχύτητας με την οποία το νερό φτάνει σε αυτόν, να βρεθεί η ηλεκτρική ισχύς $P_{ηλ}$ που παράγεται από τον υδροστρόβιλο. Θεωρήστε ότι δεν παράγεται κανενός είδους θερμότητα. **(μονάδες 4)**

3. Σε σημεία της μάζας του νερού στα οποία η πίεση είναι πολύ μικρή (θεωρήστε μηδενική) δημιουργούνται φυσαλίδες. Το φαινόμενο λέγεται σπηλαίωση (cavitation) και προκαλεί μείωση της μέσης πυκνότητας του νερού και προβλήματα απόδοσης και αντοχής των υλικών. Αν ο αγωγός νερού έχει σε όλο του το μήκος σταθερή διατομή ίση με $A_o=1m^2$, να δείξετε ότι υπάρχει τουλάχιστον ένα σημείο στον αγωγό που εμφανίζει σπηλαίωση. **(μονάδες 2).** Αν κατά τον σχεδιασμό του φράγματος και για την αποφυγή σπηλαίωσης τέθηκε κατώτατο όριο ασφαλείας της πίεσης του νερού $P_{ασφ}=0,5 \cdot P_{atm}$, να βρεθεί η ελάχιστη διατομή A_{1min} στην σύνδεση δεξαμενής - αγωγού. Η διατομή του αγωγού στην έξοδο του νερού παραμένει $A_o=1m^2$. **(μονάδες 2)**

4. Στην επιφάνεια του νερού στο φράγμα και σε σημεία Π_1 και Π_2 που απέχουν απόσταση d=4m μεταξύ τους, τοποθετούνται δυο σύγχρονες πηγές παραγωγής εγκαρσίων κυμάτων συχνότητας f=2Hz. Αν μεταξύ των πηγών παρατηρούνται πέντε σημεία ενίσχυσης, τότε να βρεθεί η περιοχή των δυνατών τιμών της ταχύτητας διάδοσης των κυμάτων στην επιφάνεια του νερού. **(μονάδες 4)**

5. Τμήμα $(\Pi_2\Sigma)$ της επιφάνειας του νερού μήκους $d_1=3m$, είναι κάθετο στο τμήμα $\Pi_1\Pi_2$ που συνδέει τις σύγχρονες πηγές του παραπάνω ερωτήματος (σχήμα 2). Αν η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στο νερό είναι ίση με υ=3m/s, να βρεθεί η συχνότητα των σύγχρονων πηγών Π_1 και Π_2, ώστε στο τμήμα $(\Pi_2\Sigma)$ να δημιουργούνται δυο σημεία απόσβεσης, από τα οποία το ένα στο σημείο Σ.

Σχήμα 2



Η συχνότητα των πηγών έχει αλλάξει και δεν είναι αυτή του ερωτήματος 4. **(μονάδες 4)**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Ενδεικτικές λύσεις.

1. Έστω σημείο Γ στην επιφάνεια του νερού στο φράγμα και σημείο Ο στην έξοδο του σωλήνα. Bernoulli Γ→Ο: (υ_o η ταχύτητα εξόδου του νερού):

$$P_{atm} + \rho \cdot g \cdot (H+h) = P_{atm} + \frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon_o^2 \Rightarrow \upsilon_o = \sqrt{2g(H+h)} \Rightarrow \upsilon_o = 50\ m/s$$

$$\Pi = A_o \cdot \upsilon_o = 50 m^3/s, \quad \Delta V = \Pi \cdot \Delta t = 50 \cdot 60 = 3 \cdot 10^3 m^3, \quad \Delta m = \rho \cdot \Delta V = \boxed{3 \cdot 10^6 kg}$$

2. $$P_{\eta\lambda} = \frac{|\Delta K|}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2}\Delta m(\upsilon_o^2 - (0,2\cdot\upsilon_0)^2)}{\Delta t} = \frac{\rho\cdot\Delta V\cdot(\upsilon_o^2-(0,2\cdot\upsilon_o)^2)}{2\cdot\Delta t} = \frac{\rho\cdot\Pi\cdot\upsilon_o^2\cdot(1-0,04)}{2} =$$

$$= \frac{\rho\cdot A_o\cdot\upsilon_o^3\cdot 0,96}{2} = \frac{10^3\cdot 1\cdot 50^3\cdot 0,96}{2} = 60\cdot 10^6 W = \boxed{60 MW}$$

3. ● Αν ο αγωγός νερού έχει σε όλο του το μήκος σταθερή διατομή ίση με A_o=1m², τότε από την εξίσωση συνέχειας προκύπτει ότι σε όλο το μήκος του αγωγού η ταχύτητα είναι σταθερή και ίση με υ_o. Ψάχνοντας για σημείο με μηδενική πίεση, εφαρμόζω Bernoulli για δυο σημεία στον σωλήνα, ένα (το σημείο Δ) σε κατακόρυφη απόσταση y πάνω από την έξοδο του νερού και ένα (σημείο Ο) στην έξοδο του νερού από τον αγωγό.

$$P_\Delta + \frac{1}{2}\rho\cdot\upsilon_\Delta^2 + \rho\cdot g\cdot y = P_{atm} + \frac{1}{2}\rho\cdot\upsilon_o^2 + \rho\cdot g\cdot 0 \xrightarrow[\upsilon_\Delta=\upsilon_o]{P_\Delta=0} \boxed{y = \frac{P_{atm}}{\rho\cdot g} = 10m < h}$$

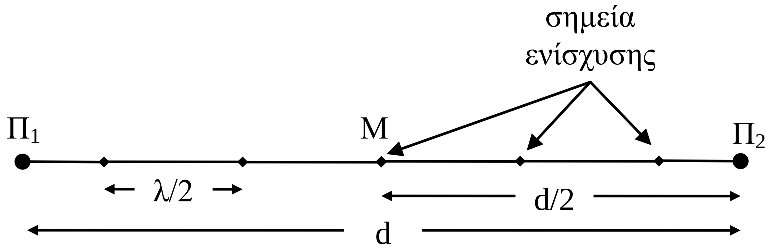
άρα στο σημείο (2) εντός του σωλήνα εμφανίζεται φαινόμενο σπηλαίωσης.

● Bernoulli από την επιφάνεια του νερού μέχρι την σύνδεση δεξαμενής αγωγού (1):

$$\left.\begin{cases} P_{atm} + \frac{1}{2}\rho\cdot 0^2 + \rho\cdot g\cdot H = P_1 + \frac{1}{2}\rho\cdot\upsilon_1^2 + \rho\cdot g\cdot 0 \\ A_1\cdot\upsilon_1 = A_o\cdot\upsilon_o \Rightarrow \upsilon_1 = \dfrac{50}{A_1} \end{cases}\right\} \Rightarrow P_1 = (8,5 - \frac{12,5}{A_1^2})\cdot 10^5 Pa, \quad \xrightarrow{P_1 \geq 0,5\cdot 10^5 Pa}$$

$$\frac{12,5}{A_1^2} \leq 8 \Rightarrow A_1 \geq \sqrt{\frac{12,5}{8}} \Rightarrow A_1 \geq \sqrt{\frac{25}{16}} \Rightarrow A_1 \geq \frac{5}{4} \rightarrow A_{1min} = \boxed{1,25 m^2}$$

4. Στη μέση Μ του τμήματος $\Pi_1\Pi_2$ έχουμε ενίσχυση. Άρα στο τμήμα $M\Pi_2$ υπάρχουν 3 σημεία ενίσχυσης, από τα οποία το 1 στο Μ. Διαδοχικά σημεία ενίσχυσης στο τμήμα $\Pi_1\Pi_2$ απέχουν απόσταση λ/2. Άρα πρέπει



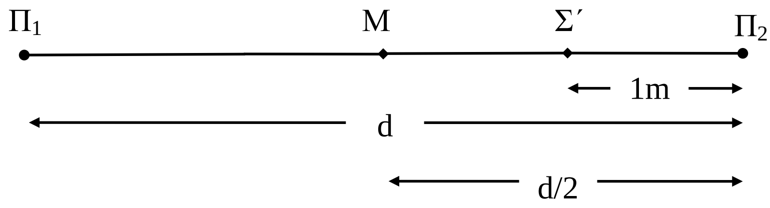
$$\left.\begin{cases} \dfrac{d}{2} > 2\cdot\dfrac{\lambda}{2} \xrightarrow{[\lambda=\frac{\upsilon}{f}=\frac{\upsilon}{2}]} 2 > \dfrac{\upsilon}{2} \Rightarrow \upsilon < 4m/s \quad \kappa\alpha\iota \\ \dfrac{d}{2} < 3\cdot\dfrac{\lambda}{2} \xrightarrow{[\lambda=\frac{\upsilon}{f}=\frac{\upsilon}{2}]} 2 < 3\cdot\dfrac{\upsilon}{4} \Rightarrow \upsilon > \dfrac{8}{3}m/s \end{cases}\right\} \tau\varepsilon\lambda\iota\kappa\alpha \quad \boxed{\frac{8}{3}m/s < \upsilon < 4m/s}$$

5. Από Πυθαγόρειο στο τρίγωνο ($\Pi_1\Pi_2\Sigma$) προκύπτει ($\Pi_1\Sigma$)=5m.

Έστω Σ΄ σημείο του τμήματος $\Pi_1\Pi_2$ που ανήκει στην ίδια υπερβολή απόσβεσης με το Σ και Μ σημείο στη μέση του $\Pi_1\Pi_2$.

$$(\Pi_1\Sigma') - (\Pi_2\Sigma') = (\Pi_1\Sigma) - d_1 \Rightarrow (\Pi_1\Sigma') - [d - (\Pi_1\Sigma')] = 5 - 3 \Rightarrow (\Pi_1\Sigma') = 3m$$

$$\alpha\rho\alpha \quad (\mathrm{M}\Sigma')=(\Pi_2\Sigma') = 1m$$



Στο Σ΄ θα έχουμε απόσβεση, και στο τμήμα Σ΄Π_2 θα έχουμε μόνο ένα ακόμη σημείο απόσβεσης. Όμως στο Μ έχουμε ενίσχυση ενώ στο τμήμα $\Pi_1\Pi_2$ σημεία ενίσχυσης απέχουν 0,25λ από τα κοντινότερα σημεία απόσβεσης. Επίσης στο τμήμα $\Pi_1\Pi_2$ διαδοχικά σημεία απόσβεσης απέχουν απόσταση 0,5λ. Άρα για να έχουμε απόσβεση στο Σ΄ πρέπει (ΜΣ΄)=0,25λ+0,5κλ, και άρα λ=4/(1+2κ) με κ≥0. [1].

Επειδή μεταξύ Σ΄ και Π_2 υπάρχει μόνο άλλο 1 σημείο απόσβεσης πρέπει

λ/2<(Σ΄Π_2) και (Σ΄Π_2)<2λ/2 και άρα λ<2 και 1<λ [2].

Από τις [1] και [2] προκύπτει μόνη δεκτή τιμή η λ=(4/3)m για κ=1 και άρα $\boxed{\text{f=(9/4) Hz.}}$