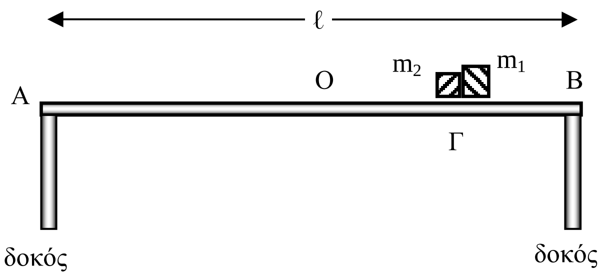
<u>ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΣΤΗ ΜΝΗΜΗ ΒΑΣΙΛΗ ΞΑΝΘΟΠΟΥΛΟΥ 2009</u>
<u>ΦΥΣΙΚΗ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ</u>

Πάνω σε ομογενή γέφυρα μήκους $\ell = 100$ m και μάζας $M = 100$ Kg βρίσκονται δύο κιβώτια μάζας $m_1 = 80$ Kg και $m_2 = 20$ Kg. Η γέφυρα ισορροπεί οριζόντια στηριζόμενη σε δύο δοκούς στα άκρα της Α και Β. Τα δύο κιβώτια αρχικά βρίσκονται ακίνητα στο ίδιο σημείο Γ το οποίο απέχει απόσταση ΟΓ = 25 m από το μέσο της γέφυρας προς τη μεριά του άκρου Β. (σχήμα).



Α1) Πόση είναι η κατακόρυφη δύναμη δέχονται οι δοκοί Α και Β όταν τα δύο κιβώτια μένουν ακίνητα πάνω στη γέφυρα στο σημείο Γ; **(Μονάδες 3)**

Β) Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το κιβώτιο m_1 δέχεται τέτοια οριζόντια δύναμη ώστε αρχίζει να κινείται με σταθερή επιτάχυνση $\alpha_1 = 2$ m/s^2 προς τη μεριά του Β, ενώ την ίδια στιγμή το κιβώτιο m_2 εκσφενδονίζεται με αρχική ταχύτητα $\upsilon_0 = 20$ m/s και κάνει ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση λόγω της Τριβής ολίσθησης που δέχεται. Αν το κιβώτιο m_2 παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης με τη γέφυρα $\mu = 0{,}2$…

Β1) Ν' αποδείξετε ότι τα δύο κιβώτια θα φτάσουν ταυτόχρονα τη χρονική στιγμή $t = 5$ s στα άκρα της γέφυρας. **(Μονάδες 3)**

Β2) Να βρεθεί η συνάρτηση της κατακόρυφης δύναμης F_B που δέχεται ο δοκός Β σε σχέση με το χρόνο ($F_B(t)$). **(Μονάδες 5)**

Β3) Να γίνει η γραφική παράσταση (σε βαθμολογημένους άξονες) της κατακόρυφης δύναμης $F_B(t)$ σε σχέση με το χρόνο, από τη χρονική στιγμή $t = 0$ μέχρι τη στιγμή που τα δύο κιβώτια φτάνουν στα άκρα της γέφυρας. **(Μονάδες 5)**

Β4) Πόση είναι μέγιστη τιμή της κατακόρυφης δύναμης που δέχεται η δοκός Α; (F_{Amax});
Δίνεται $g = 10$ m/s^2 **(Μονάδες 4)**

ΛΥΣΗ

Α1) Εφόσον έχουμε ισορροπία θα ισχύει: $\Sigma F = 0 \Rightarrow F_A + F_B = Mg + m_1 g + m_2 g$ ***(Ι)***

$\Sigma\tau_{(A)} = 0$ ***(ΙΙ)*** $\Rightarrow$

$F_B \cdot (AB) = Mg(AO) + (m_1 g + m_2 g)(A\Gamma) \Rightarrow$

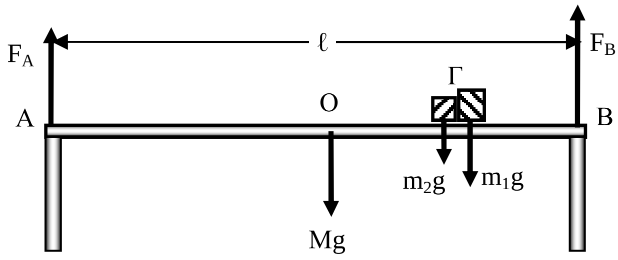
$$F_B = \frac{1000 \cdot 50 + (800 + 200) \cdot 75}{100} \Rightarrow$$

$$\boxed{F_B = 1250N}$$

Από ***(Ι)*** $\Rightarrow F_A = Mg + m_1 g + m_2 g - F_B =$

$= 1000 + 800 + 200 - 1250 \Rightarrow$

$$\boxed{F_A = 750N}$$

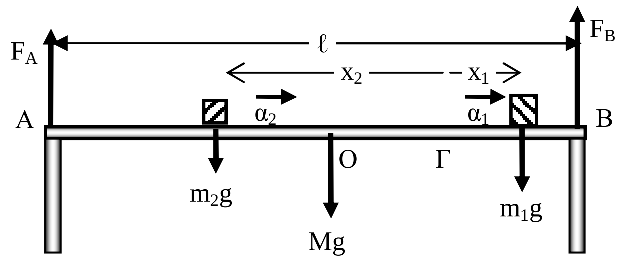


Β1) Το μέτρο της επιβράδυνσης του κιβωτίου m_2 θα είναι:

$$\alpha_2 = \frac{T}{m_2} = \frac{\mu m_2 g}{m_2} = \mu g \Rightarrow a_2 = 2\, m/s^2$$

Σε χρονικό διάστημα 5 s το κιβώτιο m_1 έχει μετατοπιστεί κατά:

$$x_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5^2 = 25m = \Gamma\mathrm{B}$$



Στο ίδιο χρονικό διάστημα το κιβώτιο m_2 έχει μετατοπιστεί κατά:

$$x_2 = \upsilon_0 \cdot t - \frac{1}{2}\alpha_2 \cdot t^2 = 20 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5^2 = 75m = A\Gamma$$

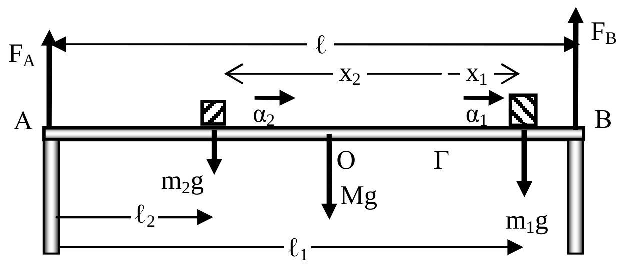
Άρα τα κιβώτια φτάνουν ταυτόχρονα στα άκρα.

Β2) Μια τυχαία χρονική στιγμή t θα έχουμε: $\Sigma\tau_{(A)} = 0$

$$F_B \lambda = Mg\frac{\lambda}{2} + m_1 g \lambda_1 + m_2 g \lambda_2$$

(όπου ℓ_1 και ℓ_2 οι μοχλοβραχίονες των βαρών m_1g και m_2g ως προς Α)

Αντικαθιστούμε:



$$F_B = \frac{Mg}{2} + \frac{m_1 g \lambda_1 + m_2 g \lambda_2}{\lambda} = \frac{1000}{2} + \frac{800 \cdot (\mathrm{A}\Gamma + x_1) + 200 \cdot (\mathrm{A}\Gamma - x_2)}{100} =$$

$$= 500 + 8\left(75 + \frac{1}{2}2t^2\right) + 2\left(75 - 20t + \frac{1}{2}2t^2\right) \Rightarrow \boxed{F_B(t) = 10t^2 - 40t + 1250}$$

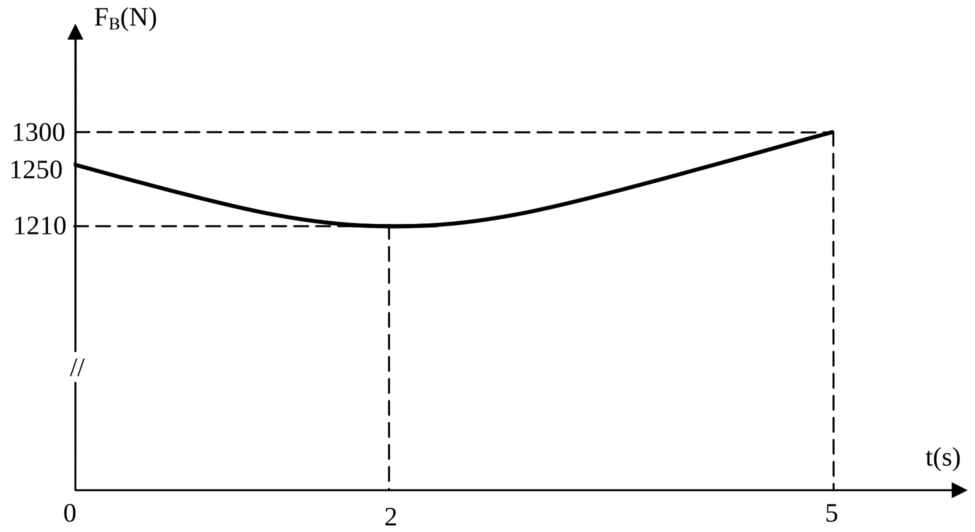
B3) Την ελάχιστη τιμή το τριώνυμο την παίρνει για $t = -\dfrac{\beta}{2\alpha} = -\dfrac{-40}{2 \cdot 10} = 2s$

Και η ελάχιστη τιμή της είναι:

$F_{B\min} = 10 \cdot 2^2 - 40 \cdot 2 + 1250 = 40 - 80 + 1250 \Rightarrow \boxed{F_{B\min} = 1210N}$

Παίρνουμε (με αντικατάσταση) άλλες 2 τιμές: $F_B(0) = 1250\ N$ και $F_B(5) = 1300\ N$

Οπότε η γραφική παράσταση είναι:



B4) Ξέρουμε ότι: $F_A + F_B = Mg + m_1g + m_2g =$ σταθ.

Συνεπώς την μέγιστη τιμή η δοκός Α θα την δέχεται όταν η δοκός Β δέχεται την ελάχιστη τιμή.

Άρα: $F_{Amax} = Mg + m_1g + m_2g - F_{Bmin} = 1000 + 800 + 200 - 1210 \Rightarrow$

$$\boxed{F_{A\max} = 790N}$$