

ΕΝΩΣΗ ΦΥΣΙΚΩΝ ΚΥΠΡΟΥ

32^Η ΠΑΓΚΥΠΡΙΑ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ (Β' Φάση)

Κυριακή, 18 Μαρτίου 2018

Ώρα: 10:00 - 13:00



Οδηγίες:

- 1) Το δοκίμιο αποτελείται από πέντε (5) σελίδες και πέντε (5) θέματα.
- 2) Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα του δοκιμίου.
- 3) Κάθε θέμα βαθμολογείται με 20 μονάδες. Σε κάθε θέμα οι μονάδες κάθε ερωτήματος φαίνονται στο τέλος του ερωτήματος.
- 4) Στο τετράδιο απαντήσεων να αναγράφεται ξεκάθαρα ο αριθμός του θέματος και του ερωτήματος που απαντάτε.
- 5) Επιτρέπεται η χρήση μόνο μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- 6) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- 7) Επιτρέπεται η χρήση ΜΟΝΟ μπλε μελανιού. (Οι γραφικές παραστάσεις μπορούν να γίνουν και με μολύβι).
- 8) Τα σχήματα των θεμάτων δεν είναι υπό κλίμακα.
- 9) Δίνεται: $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

ΘΕΜΑ 1^ο

Α. Ένας γεωλόγος βρίσκεται στο βάθος ενός κατακόρυφου πηγαδιού ορυχείου βάθους 80,0 m και μαζεύει δείγματα πετρωμάτων. Για να μεταφέρει τα δείγματα, που έχουν μάζα 20,0 kg, στην επιφάνεια τα δένει στην άκρη ενός σχοινιού και κάνει σήμα στον βοηθό του να τα ανεβάσει. Το σήμα που κάνει είναι μια απλή αρμονική ταλάντωση του άκρου του σχοινιού με συχνότητα 2,00 Hz. Να υπολογίσετε (δίνοντας τις απαντήσεις σας με το σωστό αριθμό σημαντικών ψηφίων):

α. Την ταχύτητα διάδοσης του κύματος στο σχοινί, αν θεωρήσουμε ότι αυτή είναι σταθερή σε όλο το μήκος του σχοινιού.

(μονάδες 5)

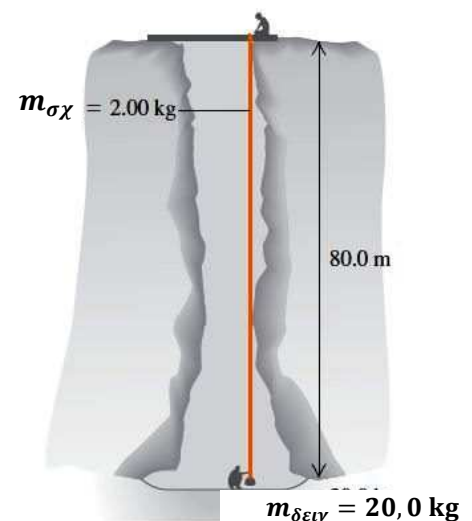
β. Τον αριθμό των μηκών κύματος που περιέχονται στο μήκος του σχοινιού.

(μονάδες 3)

γ. Στην πραγματικότητα η ταχύτητα του κύματος στο σχοινί δεν είναι σταθερή.

ι. Να περιγράψετε με ποιο τρόπο μεταβάλλεται η ταχύτητα και το μήκος κύματος κατά μήκος του σχοινιού. Να εξηγήσετε την απάντησή σας.

(μονάδες 4)



ii. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του κύματος κοντά στην κορυφή του πηγαδιού.

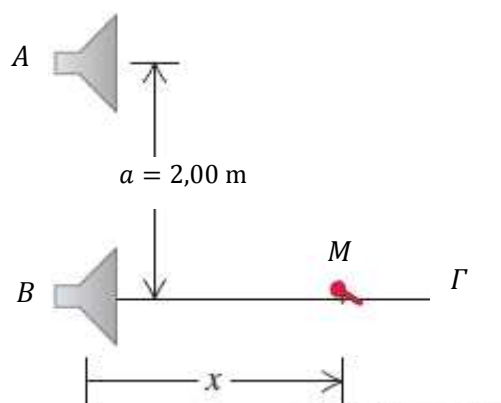
(μονάδες 3)

B. Να δείξετε ότι ο χρόνος που χρειάζεται ένας διαμήκης παλμός για να διατρέξει ένα ελατήριο “slinky” είναι ανεξάρτητος από το μήκος του ελατηρίου.

(μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 2^ο

A. Δύο όμοια μεγάφωνα είναι τοποθετημένα σε απόσταση $a = 2,00 \text{ m}$ το ένα από το άλλο. Τα δύο μεγάφωνα είναι συνδεδεμένα με την ίδια γεννήτρια συχνότητας 784 Hz . Να θεωρήσετε ότι η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι 344 m/s . Ένα μικρό μικρόφωνο M κινείται πάνω στην ευθεία $B\Gamma$, από το B προς το Γ . Η ευθεία $B\Gamma$ είναι κάθετη στην ευθεία AB .



α. Να υπολογίσετε τις αποστάσεις από το B όλων των σημείων της ευθείας $B\Gamma$, στα οποία παρατηρείται **καταστροφική** συμβολή.

(μονάδες 4)

β. Να υπολογίσετε τις αποστάσεις από το B όλων των σημείων της ευθείας $B\Gamma$, στα οποία παρατηρείται **ενισχυτική** συμβολή.

(μονάδες 4)

γ. Αν η συχνότητα των ηχητικών κυμάτων ελαττωθεί αρκετά, τότε δεν θα υπάρχει σημείο στην ευθεία $B\Gamma$, στο οποίο να παρατηρείται καταστροφική συμβολή. Να υπολογίσετε πόση θα πρέπει να γίνει η συχνότητα των πηγών για να μην παρατηρείται καταστροφική συμβολή στην ευθεία $B\Gamma$.

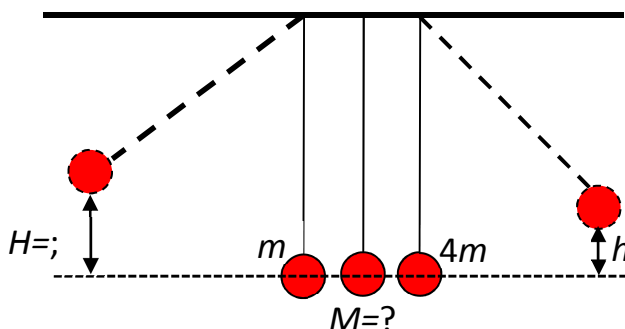
(μονάδες 4)

B. Ένας δέκτης ραδιοκυμάτων έχει τοποθετηθεί στην κορυφή ενός ιστού ύψους $h = 4 \text{ m}$, στο μέσο μιας ήρεμης λίμνης. Σκοπός του δέκτη είναι να παρακολουθεί το σήμα που εκπέμπει ένας δορυφόρος που περιστρέφεται γύρω από τη Γη. Καθώς ο δορυφόρος ανατέλλει πάνω από τον ορίζοντα η ένταση μεταβάλλεται περιοδικά. Η ένταση παρουσιάζει μέγιστο όταν ο δορυφόρος είναι 3° πάνω από τον ορίζοντα και είναι και πάλι μέγιστο όταν είναι 6° πάνω από τον ορίζοντα. Να υπολογισθεί το μήκος κύματος, λ , που εκπέμπει ο δορυφόρος. Υπόδειξη: Για μικρές γωνίες μπορείτε να υποθέσετε ότι $\eta\mu\theta \approx \theta$ και $\sigma\upsilon\nu\theta \approx 1 - \theta^2/2$.

(μονάδες 8)

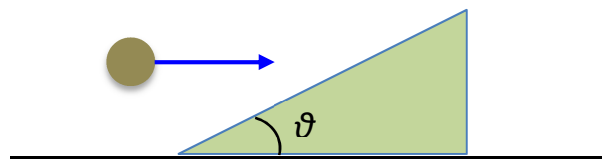
ΘΕΜΑ 3^ο

A. Τρεις ελαστικές σφαίρες ίδιου μεγέθους κρέμονται από αβαρή νήματα όπως στο διπλανό σχήμα. Οι σφαίρες σχεδόν ακουμπούν η μία την άλλη. Η μάζα M της μεσαίας σφαίρας είναι άγνωστη, ενώ οι μάζες των άλλων δύο σφαιρών είναι $4m$ και m . Η σφαίρα μάζας $4m$ εκτρέπεται από τη θέση ισορροπίας της έως ότου βρεθεί σε ύψος h πάνω από την οριζόντια θέση ισορροπίας της, και κατόπιν αφήνεται ελεύθερη να κινηθεί. Ποια θα πρέπει να είναι η τιμή της μάζας της μεσαίας σφαίρας ώστε η σφαίρα μάζας m να ανέλθει στο μέγιστο δυνατό ύψος μετά την πρώτη σύγκρουσή της με την μεσαία σφαίρα μάζας M . Να βρεθεί το ύψος H στο οποίο φθάνει.



(μονάδες 10)

B. Ένα κεκλιμένο επίπεδο τοποθετείται σε λεία οριζόντια επιφάνεια. Το επίπεδο συγκρούεται με μία ελαστική μπάλα η ταχύτητα της οποίας είναι στην οριζόντια διεύθυνση πριν την κρούση. Η μπάλα αναπηδά από την κεκλιμένη επιφάνεια και κατόπιν προσπίπτει και πάλι πάνω της στο ίδιο σημείο στο οποίο είχε προσκρούσει αρχικά.



Να υπολογίσετε τον λόγο της μάζας της μπάλας ως προς τη μάζα του κεκλιμένου επιπέδου. Να θεωρήσετε γνωστή τη γωνία κλίσης, θ , του κεκλιμένου επιπέδου.

(μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 4^ο

Στη θεωρία του Μπορ (Bohr) για το άτομο του υδρογόνου ο πυρήνας του ατόμου είναι ένα θετικά φορτισμένο υλικό σημείο, γύρω από το οποίο περιστρέφεται σε κυκλική τροχιά το ηλεκτρόνιο, ένα αρνητικά φορτισμένο υλικό σημείο. Σύμφωνα με την κβαντική θεωρία όλα τα αντικείμενα εμφανίζουν και κυματικές ιδιότητες. Τα κύματα αυτά ονομάζονται κύματα ύλης. Το μήκος κύματος των κυμάτων ύλης (που ονομάζεται και μήκος κύματος ντε Μπρόλι (de Broglie)) για ένα σωματίδιο είναι ανάλογο του αντιστρόφου της ορμής του σωματιδίου. Η σταθερά αναλογίας h ονομάζεται σταθερά του Πλάνκ (Planck).

Η κβαντική συνθήκη που διατυπώθηκε από τον Μπορ είναι ισοδύναμη με τη θέση ότι στην κυκλική τροχιά του ηλεκτρονίου γύρω από τον πυρήνα, η περιφέρεια αυτής της τροχιάς πρέπει να είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος de Broglie, δηλαδή $n \cdot \lambda$, όπου n είναι ακέραιος αριθμός (που ονομάζεται και κβαντικός αριθμός). Οι καταστάσεις που αντιστοιχούν σε αυτές τις τροχιές είναι σταθερές.



- α. Να γράψετε τη σχέση μεταξύ του μήκους κύματος ντε Μπρολί λ_n και της ακτίνας r_n της κυκλικής τροχιάς του ηλεκτρονίου στη σταθερή κατάσταση με κβαντικό αριθμό n .

(μονάδες 4)

- β. Γνωρίζοντας ότι η ηλεκτροστατική δύναμη μεταξύ πυρήνα και ηλεκτρονίου παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης να εξαγάγετε μια σχέση για την ακτίνα της τροχιάς r_n . Να συμβολίσετε τη σταθερά αναλογίας στον νόμο του Κουλόμπ με k_0 .

(μονάδες 4)

- γ. Χρησιμοποιώντας τη σχέση για την ακτίνα r_n που βρήκατε στο προηγούμενο ερώτημα να εξαγάγετε τη σχέση για την ενέργεια του ηλεκτρονίου στη σταθερή κατάσταση με κβαντικό αριθμό n .

(μονάδες 4)

- δ. Αν η ενέργεια του ηλεκτρονίου στη σταθερή κατάσταση με $n = 1$ είναι $E_1 = -13,6 \text{ eV}$, όπου $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$, να υπολογίσετε την ενέργεια του ηλεκτρονίου στις καταστάσεις με κβαντικό αριθμό $n = 2$ και $n = 4$.

(μονάδες 4)

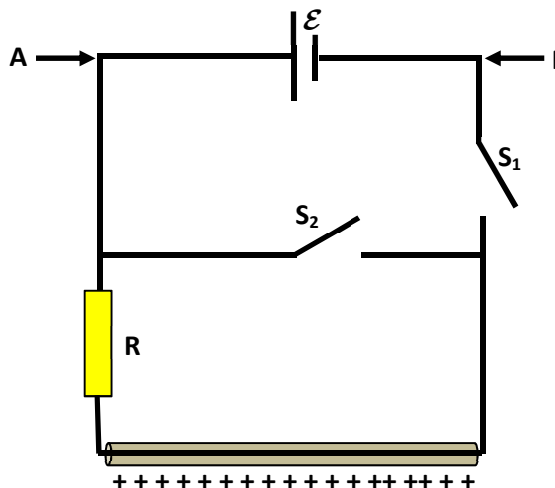
Σύμφωνα με τη θεωρία του Μπορ το ηλεκτρόνιο δεν εκπέμπει ενέργεια όταν βρίσκεται σε μια σταθερή κατάσταση. Εκπέμπει ενέργεια (σε μορφή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας) μόνο όταν μετακινείται από μια σταθερή κατάσταση σε άλλη με μικρότερη ενέργεια.

- ε. Να υπολογίσετε την ενέργεια σε joules που εκπέμπεται από το άτομο του υδρογόνου όταν ο ηλεκτρόνιο μετακινείται από τη σταθερή κατάσταση $n = 4$ στη σταθερή κατάσταση $n = 2$.

(μονάδες 4)

ΘΕΜΑ 5^ο

Το κύκλωμα του παρακάτω σχήματος περιέχει δύο διακόπτες S_1 και S_2 , μία μπαταρία ηλεκτρεγερτικής δύναμης $\mathcal{E} = 6 \text{ V}$ και έναν αντιστάτη με αντίσταση $R = 1 \Omega$. Το σύρμα στο κατώτερο σημείο του κυκλώματος βρίσκεται μέσα σε μονωτικό περιτύλιγμα μάζας $M = 0,1 \text{ kg}$. Το περιτύλιγμα είναι φορτισμένο με σταθερό θετικό φορτίο $Q = 10 \text{ mC}$. Μπορείτε να υποθέσετε ότι οι μάζες όλων των υπόλοιπων συρμάτων και τμημάτων του κυκλώματος έχουν αμελητέα μάζα συγκρινόμενα με τη μάζα του φορτισμένου αυτού περιτυλίγματος. Το κύκλωμα έχει το σχήμα τετραγώνου πλευράς $l = 5 \text{ cm}$. Το ενδιάμεσο σύρμα στο οποίο βρίσκεται ο διακόπτης S_2 βρίσκεται σε απόσταση $l/2$ από το χαμηλότερο σύρμα. Το κύκλωμα κρέμεται με τέτοιο τρόπο ώστε να μπορεί να περιστραφεί ως προς τον άξονα ΑΓ που σχηματίζει το





υψηλότερο καλώδιο. Το κύκλωμα διατηρεί το σχήμα του ανεξάρτητα από την κατάσταση των διακοπών (ανοικτοί ή κλειστοί). Το κύκλωμα βρίσκεται μέσα σε μαγνητικό πεδίο, $B = 10,0 \text{ T}$, και ηλεκτρικό πεδίο, $E = 1000 \text{ N/C}$, τα οποία έχουν φορά προς το εξωτερικό της σελίδας.

- α.** Όταν και οι δύο διακόπτες είναι ανοικτοί, όπως φαίνεται στο σχήμα, το κύκλωμα κινείται προς τα πάνω (εξωτερικό της σελίδας) εξαιτίας της παρουσίας του ηλεκτρικού πεδίου. Να βρείτε την γωνία ισορροπίας θ , την οποία σχηματίζει το επίπεδο του κυκλώματος με την κατακόρυφη διεύθυνση.

(μονάδες 4)

- β.** Όταν ο διακόπτης S_1 είναι κλειστός και ο S_2 είναι ανοικτός, να υπολογίσετε τη γωνία ισορροπίας θ .

(μονάδες 4)

- γ.** Όταν και οι δύο διακόπτες είναι κλειστοί, το κύκλωμα περιστρέφεται από την κατακόρυφη θέση, $\theta = 0^\circ$, στη οριζόντια θέση, $\theta = 90^\circ$, σε χρόνο $\Delta t = 5 \text{ ms}$. Να υπολογίσετε το έργο που απαιτείται για την κίνηση αυτή.

(μονάδες 4)

- δ.** Καθώς οι δύο διακόπτες είναι ανοικτοί, το κύκλωμα αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί από την οριζόντια θέση. Να περιγράψετε την κίνηση του κυκλώματος και να υπολογίσετε όλες τις σχετικές παραμέτρους που σας βοηθούν να περιγράψετε την κίνηση του κυκλώματος. Ποιό θα είναι το αποτέλεσμα αν κλείσει ο διακόπτης S_2 κατά τη διάρκεια της κίνησης αυτής;

(μονάδες 8)

ΤΕΛΟΣ ΔΟΚΙΜΙΟΥ

ΕΝΩΣΗ ΦΥΣΙΚΩΝ ΚΥΠΡΟΥ

32^Η ΠΑΓΚΥΠΡΙΑ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ (Β' Φάση)

Κυριακή, 18 Μαρτίου 2018

Ώρα: 10:00 - 13:00



ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Α. Ένας γεωλόγος βρίσκεται στο βάθος ενός κατακόρυφου πηγαδιού ορυχείου βάθους 80,0 m και μαζεύει δείγματα πετρωμάτων. Για να μεταφέρει τα δείγματα, που έχουν μάζα 20,0 kg, στην επιφάνεια τα δένει στην άκρη ενός σχοινιού και κάνει σήμα στον βοηθό του να τα ανεβάσει. Το σήμα που κάνει είναι μια απλή αρμονική ταλάντωση του άκρου του σχοινιού με συχνότητα 2,00 Hz. Να υπολογίσετε (δίνοντας τις απαντήσεις σας με το σωστό αριθμό σημαντικών ψηφίων):

α. Την ταχύτητα διάδοσης του κύματος στο σχοινί, αν θεωρήσουμε ότι αυτή είναι σταθερή σε όλο το μήκος του σχοινιού.

(μονάδες 5)

Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος στο σχοινί δίνεται από τη σχέση

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

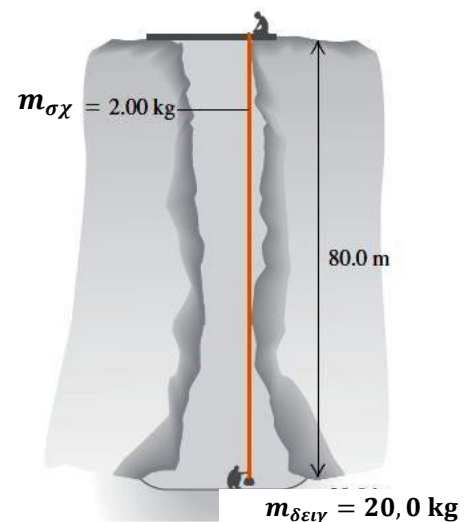
όπου F_T είναι η τάση στο σχοινί και $\mu = m_{\sigma\chi}/l$ είναι η γραμμική πυκνότητα του σχοινιού.

Υπολογίζουμε αυτά τα δύο μεγέθη:

$$F_T = m_{\delta\epsilon\iota\gamma} \cdot g = (20,0 \text{ kg}) \left(9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) = 196,2 \text{ N}$$

$$\mu = \frac{m_{\sigma\chi}}{l} = \frac{2,00 \text{ kg}}{80,0 \text{ m}} = 0,0250 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

Άρα η ταχύτητα του κύματος στο σχοινί είναι





$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} = \sqrt{\frac{196 \text{ N}}{0,0250 \frac{\text{kg}}{\text{m}}}} = 88,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- b.** Τον αριθμό των μηκών κύματος που περιέχονται στο μήκος του σχοινιού.

(μονάδες 3)

Από την εξίσωση της κυματικής $v = \lambda \cdot f$ υπολογίζουμε το μήκος του κύματος που δημιουργείται στο σχοινί:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{88,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2,00 \text{ Hz}} = 44,3 \text{ m}$$

Άρα στο μήκος του σχοινιού θα περιέχονται $(80,0 \text{ m}) / (44,3 \text{ m}) = 1,81$ μήκη κύματος

- c.** Στην πραγματικότητα η ταχύτητα του κύματος στο σχοινί δεν είναι σταθερή.

- i.** Να περιγράψετε με ποιο τρόπο μεταβάλλεται η ταχύτητα και το μήκος κύματος κατά μήκος του σχοινιού. Να εξηγήσετε την απάντησή σας.

(μονάδες 4)

Η ταχύτητα του κύματος θα αυξάνεται (και, άρα, το μήκος του κύματος θα μειώνεται) προχωρώντας από το κάτω μέρος του σχοινιού προς τα πάνω. Αυτό συμβαίνει επειδή το σχοινί δεν είναι αβαρές με αποτέλεσμα η τάση στο σχοινί να μην είναι παντού η ίδια, αλλά να αυξάνεται προχωρώντας από το κάτω μέρος του σχοινιού προς τα πάνω.

- ii.** Να υπολογίσετε την ταχύτητα του κύματος κοντά στην κορυφή του πηγαδιού.

(μονάδες 3)

Κοντά στην κορυφή του πηγαδιού η τάση του σχοινιού θα είναι

$$v = \sqrt{\frac{F_T + B_{\sigma\chi}}{\mu}} = \sqrt{\frac{196 \text{ N} + 19,6 \text{ N}}{0,0250 \frac{\text{kg}}{\text{m}}}} = 92,9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- B.** Να δείξετε ότι ο χρόνος που χρειάζεται ένας διαμήκης παλμός για να διατρέξει ένα ελατήριο “slinky” είναι ανεξάρτητος από το μήκος του ελατηρίου.

(μονάδες 5)

Η ταχύτητα ενός διαμήκους παλμού δίνεται από τη σχέση $v = \sqrt{\frac{kL}{\mu}}$, όπου k είναι η σταθερά του ελατηρίου, L το μήκος του ελατηρίου και μ η γραμμική πυκνότητα του ελατηρίου. Αφού $\mu = \frac{m}{L}$, όπου m είναι η μάζα του ελατηρίου, η ταχύτητα του κύματος στο ελατήριο θα είναι

$$v = \sqrt{\frac{kL}{\frac{m}{L}}} = L \sqrt{\frac{k}{m}}$$



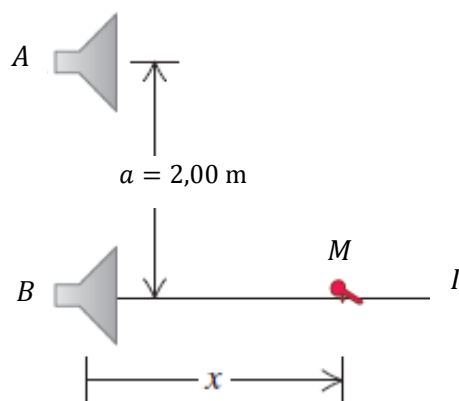
Το χρονικό διάστημα που θα χρειαστεί το διάμηκες κύμα να διαδοθεί από το ένα άκρο του ελατηρίου μέχρι το άλλο είναι

$$\Delta t = \frac{L}{v} = \frac{L}{L\sqrt{\frac{k}{m}}} = \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Όπως φαίνεται από την προηγούμενη σχέση το χρονικό διάστημα δεν εξαρτάται από το μήκος του ελατηρίου.

ΘΕΜΑ 2^ο

A. Δύο όμοια μεγάφωνα είναι τοποθετημένα σε απόσταση $a = 2,00 \text{ m}$ το ένα από το άλλο. Τα δύο μεγάφωνα είναι συνδεδεμένα με την ίδια γεννήτρια συχνοτήτων και παράγουν ηχητικά κύματα συχνότητας 784 Hz . Να θεωρήσετε ότι η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι 344 m/s . Ένα μικρό μικρόφωνο M κινείται πάνω στην ευθεία $B\Gamma$, από το B προς το Γ . Η ευθεία $B\Gamma$ είναι κάθετη στην ευθεία AB .



- a.** Να υπολογίσετε τις αποστάσεις από το B όλων των σημείων της ευθείας $B\Gamma$, στα οποία παρατηρείται **καταστροφική** συμβολή.

(μονάδες 4)

Για να παρατηρηθεί καταστροφική συμβολή των κυμάτων στο σημείο που βρίσκεται το μικρόφωνο θα πρέπει η διαφορά δρόμου των κυμάτων από τα δύο μεγάφωνα να είναι περιττό πολλαπλάσιο του μισού μήκους κύματος, δηλαδή,

$$d_A - d_B = (2\nu + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad \nu = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Εφαρμόζοντας το πυθαγόρειο θεώρημα στο πιο πάνω σχήμα η προηγούμενη σχέση παίρνει τη μορφή

$$\sqrt{x^2 + a^2} - x = n \cdot \lambda,$$

όπου $n = \frac{2\nu+1}{2}$, δηλαδή $n = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots$.

Μεταφέροντας το x στο δεύτερο μέρος και υψώνοντας στο τετράγωνο βρίσκουμε ότι

$$x = \frac{a^2 - n^2 \lambda^2}{2n\lambda}$$

Το μήκος κύματος υπολογίζεται από τη σχέση $v = \lambda \cdot f$:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{344 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{784 \text{ Hz}} = 0,439 \text{ m}$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές του a και του λ στην εξίσωση που βρήκαμε για το x θα πάρουμε, για τις πρώτες τιμές του n τα πιο κάτω αποτελέσματα:



$$\begin{aligned}
 n = \frac{1}{2} & \quad x = \left(\frac{4,00 - \frac{0,439^2}{4}}{0,439} \right) \text{ m} = 9,01 \text{ m} \\
 n = \frac{3}{2} & \quad x = \left(\frac{4,00 - \frac{9 \cdot 0,439^2}{4}}{3 \cdot 0,439} \right) \text{ m} = 2,71 \text{ m} \\
 n = \frac{5}{2} & \quad x = \left(\frac{4,00 - \frac{25 \cdot 0,439^2}{4}}{5 \cdot 0,439} \right) \text{ m} = 1,27 \text{ m} \\
 n = \frac{7}{2} & \quad x = \left(\frac{4,00 - \frac{49 \cdot 0,439^2}{4}}{7 \cdot 0,439} \right) \text{ m} = 0,533 \text{ m} \\
 n = \frac{9}{2} & \quad x = \left(\frac{4,00 - \frac{81 \cdot 0,439^2}{4}}{9 \cdot 0,439} \right) \text{ m} = 0,0247 \text{ m}
 \end{aligned}$$

Για τις επόμενες τιμές του n παίρνουμε αρνητικές τιμές για το x , τις οποίες απορρίπτουμε.

- b. Να υπολογίσετε τις αποστάσεις από το Β όλων των σημείων της ευθείας ΒΓ, στα οποία παρατηρείται **ενισχυτική** συμβολή.

(μονάδες 4)

Για να παρατηρηθεί ενισχυτική συμβολή των κυμάτων στο σημείο που βρίσκεται το μικρόφωνο θα πρέπει η διαφορά δρόμου των κυμάτων από τα δύο μεγάφωνα να είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος, δηλαδή,

$$d_A - d_B = v \cdot \lambda, \quad v = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Εφαρμόζοντας το πυθαγόρειο θεώρημα στο πιο πάνω σχήμα η προηγούμενη σχέση παίρνει τη μορφή

$$\sqrt{x^2 + a^2} - x = v \cdot \lambda,$$

όπου $v = 1, 2, 3, \dots$.

Μεταφέροντας το x στο δεύτερο μέρος και υψώνοντας στο τετράγωνο βρίσκουμε ότι

$$x = \frac{a^2 - v^2 \lambda^2}{2v\lambda}$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές του a και του λ στην εξίσωση που βρήκαμε για το x θα πάρουμε, για τις πρώτες τιμές του v τα πιο κάτω αποτελέσματα:

$$\begin{aligned}
 n = 1 & \quad x = \left(\frac{4,00 - 0,439^2}{2 \cdot 0,439} \right) \text{ m} = 4,34 \text{ m} \\
 n = 2 & \quad x = \left(\frac{4,00 - 4 \cdot 0,439^2}{4 \cdot 0,439} \right) \text{ m} = 1,84 \text{ m} \\
 n = 3 & \quad x = \left(\frac{4,00 - 9 \cdot 0,439^2}{6 \cdot 0,439} \right) \text{ m} = 0,860 \text{ m} \\
 n = 4 & \quad x = \left(\frac{4,00 - 16 \cdot 0,439^2}{8 \cdot 0,439} \right) \text{ m} = 0,261 \text{ m}
 \end{aligned}$$

Για τις επόμενες τιμές του v παίρνουμε αρνητικές τιμές για το x , τις οποίες απορρίπτουμε.

- c. Αν η συχνότητα των ηχητικών κυμάτων ελαττωθεί αρκετά, τότε δεν θα υπάρχει σημείο στην ευθεία ΒΓ, στο οποίο να παρατηρείται καταστροφική συμβολή. Να υπολογίσετε πόση θα



πρέπει να γίνει η συχνότητα των πηγών για να μην παρατηρείται καταστροφική συμβολή στην ευθεία ΒΓ.

(μονάδες 4)

Από τη σχέση

$$x = \frac{a^2 - n^2 \lambda^2}{2n\lambda}$$

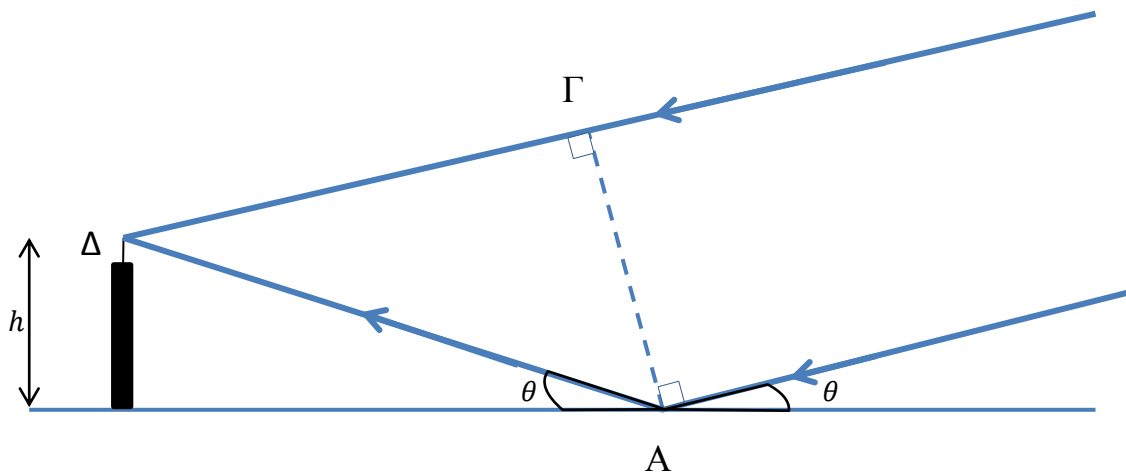
προκύπτει ότι για να μην παρατηρείται καταστροφική συμβολή στην ευθεία ΒΓ θα πρέπει

$a^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \lambda^2 < 0$. Αυτό συμβαίνει όταν $\lambda > 2a$ ή όταν η συχνότητα

$$f < \frac{v}{2a} = \frac{344 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4,00 \text{ m}} = 86,0 \text{ Hz}$$

Β. Ένας δέκτης ραδιοκυμάτων έχει τοποθετηθεί στην κορυφή ενός ιστού ύψους $h = 4 \text{ m}$, στο μέσο μιας ήρεμης λίμνης. Σκοπός του δέκτη είναι να παρακολουθεί το σήμα που εκπέμπει ένας δορυφόρος που περιστρέφεται γύρω από τη Γη. Καθώς ο δορυφόρος ανατέλλει πάνω από τον ορίζοντα η ένταση μεταβάλλεται περιοδικά. Η ένταση παρουσιάζει μέγιστο όταν ο δορυφόρος είναι 3° πάνω από τον ορίζοντα και είναι και πάλι μέγιστο όταν είναι 6° πάνω από τον ορίζοντα. Να υπολογισθεί το μήκος κύματος, λ , που εκπέμπει ο δορυφόρος. Υπόδειξη: Για μικρές γωνίες μπορείτε να υποθέσετε ότι $\eta\mu\theta \approx \theta$ και $\sigma\upsilon\nu\theta \approx 1 - \theta^2/2$.

(μονάδες 8)



Για να παρατηρείται ενίσχυση του σήματος του δορυφόρου θα πρέπει να συμβαίνει ενισχυτική συμβολή του κύματος που φθάνει στον δέκτη απευθείας από τον δορυφόρο και του σήματος που φθάνει στον δέκτη μετά από ανάκλαση στην επιφάνεια της λίμνης. Θεωρούμε ότι οι δύο ακτίνες είναι αρχικά παράλληλες. Από το σχήμα προκύπτει ότι η διαφορά δρόμου των κυμάτων που φθάνουν στο δέκτη είναι

$$\Delta x = A\Delta - \Gamma\Delta = \frac{h}{\eta\mu\theta} - \frac{h}{\eta\mu\theta} \sigma\upsilon\nu 2\theta = \frac{h}{\eta\mu\theta} (1 - \sigma\upsilon\nu 2\theta) = 2h\eta\mu\theta$$

Η συνθήκη ενίσχυσης θα έχει τη μορφή (λαμβάνοντας υπ' όψιν το πήδημα φάσης κατά την ανάκλαση στην επιφάνεια της λίμνης)



$$\Delta x = (2\nu + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad \nu = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Για τη διαφορά δρόμου που υπολογίσαμε προηγουμένως η συνθήκη παίρνει τη μορφή

$$2h\eta\mu\theta = (2\nu + 1) \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (1)$$

Με παρόμοιο τρόπο βρίσκουμε ότι για τη γωνία $\theta' = 6^\circ$ θα έχουμε

$$2h\eta\mu\theta' = (2\nu' + 1) \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (2)$$

όπου $\nu' = \nu + 1$. Αφαιρώντας από την (2) την (1) παίρνουμε

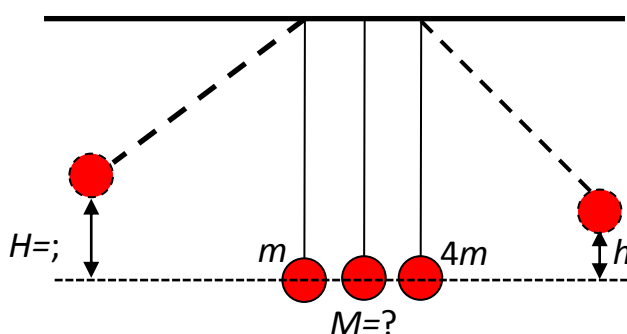
$$2h\eta\mu\theta' - 2h\eta\mu\theta = \lambda$$

Αφού $\eta\mu\theta \approx \theta$ και $\eta\mu\theta' = \theta' = 2\theta$ θα έχουμε

$$\lambda = 2h\theta = 2 \cdot 4 \text{ m} \cdot \frac{3^\circ \cdot 3,14 \text{ rad}}{180^\circ} = 0,209 \text{ m}$$

ΘΕΜΑ 3^ο

Α. Τρεις ελαστικές σφαίρες ίδιου μεγέθους κρέμονται από αβαρή νήματα όπως στο διπλανό σχήμα. Οι σφαίρες σχεδόν ακουμπούν η μία την άλλη. Η μάζα M της μεσαίας σφαίρας είναι άγνωστη, ενώ οι μάζες των άλλων δύο σφαιρών είναι $4m$ και m . Η σφαίρα μάζας $4m$ εκτρέπεται από τη θέση ισορροπίας της έως ότου βρεθεί σε ύψος h πάνω από την οριζόντια θέση ισορροπίας της, και κατόπιν αφήνεται ελεύθερη να κινηθεί. Ποια θα πρέπει να είναι η τιμή της μάζας της μεσαίας σφαίρας ώστε η σφαίρα μάζας m να ανέλθει στο μέγιστο δυνατό ύψος μετά την πρώτη σύγκρουσή της με την μεσαία σφαίρα μάζας M . Να βρεθεί το ύψος H στο οποίο φθάνει.



(μονάδες 10)

Η πρώτη σφαίρα με μάζα $m_1 = 4m$ ανυψώνεται σε ύψος $h' = h + r$, όπου r είναι η ακτίνα της σφαίρας. Η ταχύτητα που θα έχει η σφαίρα όταν επανέλθει στην αρχική της θέση (πριν τη σύγκρουσή της με τη δεύτερη σφαίρα θα είναι $v_1 = \sqrt{2gh'}$.

Η κρούση της πρώτης σφαίρας με τη δεύτερη με μάζα $m_2 = M$ είναι ελαστική. Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής και την αρχή διατήρησης της ενέργειας βρίσκουμε την ταχύτητα της δεύτερης σφαίρας μετά την κρούση:

$$m_1 \cdot v_1 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2$$



Από τις πιο πάνω εξισώσεις προκύπτει ότι

$$v'_2 = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2}$$

Με τον ίδιο τρόπο από την κρούση της δεύτερης σφαίρας με την τρίτη με μάζα $m_3 = m$ βρίσκουμε την ταχύτητα της τρίτης σφαίρας μετά την κρούση:

$$v''_3 = \frac{2m_1 v'_2}{m_2 + m_3} = \frac{4m_1 m_2 v_1}{(m_1 + m_2)(m_2 + m_3)}$$

Αφού $m_1 = 4m$, $m_2 = M$ και $m_3 = m$ τότε

$$v''_3 = \frac{16mMv_1}{(4m + M)(M + m)}$$

Το ύψος $H' = H + r$ θα είναι μέγιστο, όταν είναι μέγιστη η ταχύτητα v''_3 (αφού $H' = \frac{v''_3{}^2}{2g}$).

Παραγωγίζουμε την v''_3 ως προς τη μάζα M και στη συνέχεια μηδενίζουμε την παράγωγο για να προσδιορίσουμε για ποια τιμή της μάζας M η ταχύτητα παίρνει μέγιστη τιμή:

$$\frac{dv''_3}{dM} = \frac{16mv_1[(M + m)(M + 4m) - M(2M + 5m)]}{(M + m)^2(M + 4m)^2}$$

$$\frac{dv''_3}{dM} = 0 \Rightarrow M = 2m$$

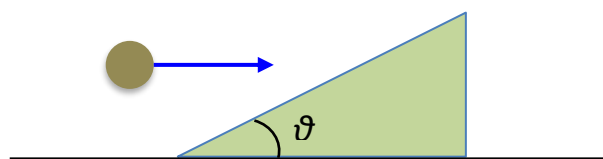
Ελέγχουμε ότι η ταχύτητα v''_3 έχει μέγιστο για $M = 2m$ και υπολογίζουμε την ταχύτητα $v''_{3\mu\epsilon\gamma}$:

$$v''_{3\mu\epsilon\gamma} = \frac{16}{9}v_1 = \frac{16}{9}\sqrt{2gh'}$$

Άρα

$$H'_{\mu\epsilon\gamma} = \frac{256}{81}h' \Rightarrow H'_{\mu\epsilon\gamma} = 3,16h'$$

Β. Ένα κεκλιμένο επίπεδο τοποθετείται σε λεία οριζόντια επιφάνεια. Το επίπεδο συγκρούεται με μία ελαστική μπάλα η ταχύτητα της οποίας είναι στην οριζόντια διεύθυνση πριν την κρούση. Η μπάλα αναπηδά από την κεκλιμένη επιφάνεια και κατόπιν προσπίπτει και πάλι πάνω της στο ίδιο σημείο στο οποίο είχε προσκρούσει αρχικά.



Να υπολογίσετε τον λόγο της μάζας της μπάλας ως προς τη μάζα του κεκλιμένου επιπέδου.
Να θεωρήσετε γνωστή τη γωνία κλίσης, θ , του κεκλιμένου επιπέδου.

(μονάδες 10)

Συμβολίζουμε με v την ταχύτητα της σφαίρας πριν την κρούση και με v' την ταχύτητά της μετά την κρούση με το κεκλιμένο επίπεδο. Συμβολίζουμε με u την ταχύτητα του κεκλιμένου επιπέδου μετά την κρούση. Στα πιο κάτω σχήματα φαίνονται τα σώματα πριν και μετά την κρούση.



Κατά την κρούση της σφαίρας με το κεκλιμένο επίπεδο δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις στην οριζόντια διεύθυνση και άρα η ορμή σε αυτή τη διεύθυνση διατηρείται.

$$m \cdot v = m \cdot v'_x + M \cdot u \Rightarrow m \cdot v = m \cdot v' \cdot \sin\theta + M \cdot u \quad (1)$$

Στη σφαίρα, κατά τη διάρκεια της κρούσης με το κεκλιμένο επίπεδο, δεν ασκείται δύναμη στη διεύθυνση που είναι παράλληλη με το κεκλιμένο επίπεδο. Άρα, στη διεύθυνση αυτή η ορμή της σφαίρας δεν μεταβάλλεται.

$$m \cdot v \cdot \sin\theta = m \cdot v' \sin(\varphi - \theta) \Rightarrow v \cdot \sin\theta = v' \sin(\varphi - \theta) \quad (2)$$

Αφού η σφαίρα μετά την κρούση στο κεκλιμένο επίπεδο ξανακτυπά στο ίδιο σημείο στο κεκλιμένο επίπεδο, σημαίνει ότι η ταχύτητα του κεκλιμένου επιπέδου είναι ίση με την οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας της σφαίρας μετά την κρούση:

$$u = v' \cdot \sin\varphi \quad (3)$$

Η κρούση είναι ελαστική και, άρα, διατηρείται η κινητική ενέργεια του συστήματος.

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv'^2 + \frac{1}{2}Mu^2 \quad (4)$$

Από τις σχέσεις (1) και (3) προκύπτει ότι

$$m \cdot v = (m + M) \cdot u \quad (5)$$

Από τις σχέσεις (2) και (3) και χρησιμοποιώντας την τριγωνομετρική ταυτότητα $\sin(\varphi - \theta) = \sin\varphi \cdot \sin\theta + \eta\mu\varphi \cdot \eta\mu\theta$, καταλήγουμε στη σχέση

$$m \cdot \eta\mu\varphi \cdot \eta\mu\theta = M \cdot \sin\varphi \cdot \sin\theta \quad (6)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (3), (4) και (5) εκφράζουμε το $\eta\mu\varphi$ και το $\sin\varphi$ ως συνάρτηση των μαζών m και M



$$\sin^2 \varphi = \frac{m^2}{m^2 + M^2 + m \cdot M}, \quad \eta \mu^2 \varphi = \frac{M^2 + m \cdot M}{m^2 + M^2 + m \cdot M} \quad (7)$$

Υψώνοντας την (6) στο τετράγωνο και αντικαθιστώντας από την (7) το $\sin^2 \varphi$ και το $\eta \mu^2 \varphi$ καταλήγουμε στη σχέση

$$\frac{m}{M} = \sigma \varphi^2 \vartheta - 1$$

ΘΕΜΑ 4^ο

Στη θεωρία του Μπορ (Bohr) για το άτομο του υδρογόνου ο πυρήνας του ατόμου δεν μεταβάλλεται είναι ένα θετικά φορτισμένο υλικό σημείο, γύρω από το οποίο περιστρέφεται σε κυκλική τροχιά το ηλεκτρόνιο, ένα αρνητικά φορτισμένο υλικό σημείο. Σύμφωνα με την κβαντική θεωρία όλα τα αντικείμενα εμφανίζουν και κυματικές ιδιότητες. Τα κύματα αυτά ονομάζονται κύματα ύλης. Το μήκος κύματος των κυμάτων ύλης (που ονομάζεται και μήκος κύματος ντε Μπρολί (de Broglie)) για ένα σωματίδιο είναι ανάλογο του αντιστρόφου της ορμής του σωματιδίου. Η σταθερά αναλογίας h ονομάζεται σταθερά του Πλάνκ (Planck).

Η κβαντική συνθήκη που διατυπώθηκε από τον Μπορ είναι ισοδύναμη με τη θέση ότι στην κυκλική τροχιά του ηλεκτρονίου γύρω από τον πυρήνα, η περιφέρεια αυτής της τροχιάς πρέπει να είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος de Broglie, δηλαδή $n \cdot \lambda$, όπου n είναι ακέραιος αριθμός (που ονομάζεται και κβαντικός αριθμός). Οι καταστάσεις που αντιστοιχούν σε αυτές τις τροχιές είναι σταθερές.

- a. Να γράψετε τη σχέση μεταξύ του μήκους κύματος ντε Μπρολί λ_n και της ακτίνας r_n της κυκλικής τροχιάς του ηλεκτρονίου στη σταθερή κατάσταση με κβαντικό αριθμό n .

(μονάδες 4)

Σύμφωνα με την κβαντική συνθήκη του Μπορ

$$2\pi r_n = n \cdot \lambda$$

$$\text{Άρα } r_n = \frac{n \cdot \lambda}{2\pi}$$

- b. Γνωρίζοντας ότι η ηλεκτροστατική δύναμη μεταξύ πυρήνα και ηλεκτρονίου παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης να εξαγάγετε μια σχέση για την ακτίνα της τροχιάς r_n . Να συμβολίσετε τη σταθερά αναλογίας στον νόμο του Κουλόμπ με k_0 .

(μονάδες 4)

Η ηλεκτροστατική δύναμη που ασκείται μεταξύ του πυρήνα και ηλεκτρονίου δίνεται από τον νόμο του Coulomb

$$F_C = k_0 \frac{q_\pi \cdot q_e}{r^2}$$

Αφού αυτή η δύναμη είναι κεντρομόλος θα έχουμε

$$k_0 \frac{q_\pi \cdot q_e}{r^2} = m_e \frac{v^2}{r}$$

Στην τροχιά με κβαντικό αριθμό n θα έχουμε για την ακτίνα

$$r_n = \frac{k_0 q_\pi q_e}{m_e v_n^2}$$



Αφού η ορμή του ηλεκτρονίου είναι $m \cdot v_n = h/\lambda_n$, η ακτίνα της τροχιάς με κβαντικό αριθμό n θα είναι ($q_p = q_e = q$)

$$r_n = \frac{n^2}{mk_0 q^2} \left(\frac{h}{2\pi} \right)^2$$

- c. Χρησιμοποιώντας τη σχέση για την ακτίνα r_n που βρήκατε στο προηγούμενο ερώτημα να εξαγάγετε τη σχέση για την ενέργεια του ηλεκτρονίου στη σταθερή κατάσταση με κβαντικό αριθμό n .

(μονάδες 4)

Η ενέργεια του ηλεκτρονίου E_n θα είναι ίση με το άθροισμα της κινητικής του ενέργειας $\frac{1}{2}mv_n^2$ και της ηλεκτροστατικής δυναμικής ενέργειας $-\frac{k_0 q^2}{r_n}$. Άρα,

$$E_n = \frac{1}{2}mv_n^2 - \frac{k_0 q^2}{r_n} = -\frac{k_0 q^2}{2r_n}$$

Αντικαθιστώντας την ακτίνα από τη σχέση που βρήκαμε στο προηγούμενο ερώτημα θα πάρουμε

$$E_n = -\frac{2\pi^2 m k_0^2 q^4}{h^2} \cdot \frac{1}{n^2}$$

- d. Αν η ενέργεια του ηλεκτρονίου στη σταθερή κατάσταση με $n = 1$ είναι $E_1 = -13,6 \text{ eV}$, όπου $1\text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{J}$, να υπολογίσετε την ενέργεια του ηλεκτρονίου στις καταστάσεις με κβαντικό αριθμό $n = 2$ και $n = 4$.

(μονάδες 4)

Όπως φαίνεται από τη σχέση που βρήκαμε στο προηγούμενο ερώτημα η ενέργεια του ηλεκτρονίου είναι αντιστρόφως ανάλογη του τετραγώνου του κβαντικού αριθμού. Άρα, αν $E_1 = -13,6 \text{ eV}$ τότε θα έχουμε

$$E_2 = \frac{E_1}{4} = -3,4 \text{ eV}$$

$$E_4 = -0,85 \text{ eV}$$

Σύμφωνα με τη θεωρία του Μπορ το ηλεκτρόνιο δεν εκπέμπει ενέργεια όταν βρίσκεται σε μια σταθερή κατάσταση. Εκπέμπει ενέργεια (σε μορφή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας) μόνο όταν μετακινείται από μια σταθερή κατάσταση σε άλλη με μικρότερη ενέργεια.

- e. Να υπολογίσετε την ενέργεια σε joules που εκπέμπεται από το άτομο του υδρογόνου όταν ο ηλεκτρόνιο μετακινείται από τη σταθερή κατάσταση $n = 4$ στη σταθερή κατάσταση $n = 2$.

(μονάδες 4)

$$\Delta E = E_4 - E_2 = -0,85 \text{ eV} + 3,4 \text{ eV} = 2,55 \text{ eV}$$

Σε joules η ενέργεια που εκπέμπεται θα είναι

$$E_{\text{εκπ}} = 2,55 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 4,08 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

ΘΕΜΑ 5^ο

Το κύκλωμα του παρακάτω σχήματος περιέχει δύο διακόπτες S_1 και S_2 , μία μπαταρία ηλεκτρεγερτικής δύναμης $\mathcal{E} = 6\text{V}$ και έναν αντιστάτη με αντίσταση $R = 1\Omega$. Το σύρμα στο κατώτερο σημείο του κυκλώματος βρίσκεται μέσα σε μονωτικό περιτύλιγμα μάζας $M = 0,1\text{kg}$. Το περιτύλιγμα είναι φορτισμένο με σταθερό θετικό φορτίο $Q = 10\text{mC}$. Μπορείτε να υποθέσετε ότι οι μάζες όλων των υπόλοιπων συρμάτων και τμημάτων του κυκλώματος έχουν αμελητέα μάζα συγκρινόμενα με τη μάζα του φορτισμένου αυτού περιτυλίγματος. Το κύκλωμα έχει το σχήμα τετραγώνου πλευράς $l = 5\text{cm}$. Το ενδιάμεσο σύρμα στο οποίο βρίσκεται ο διακόπτης S_2 βρίσκεται σε απόσταση $l/2$ από το χαμηλότερο σύρμα. Το κύκλωμα κρέμεται με τέτοιο τρόπο ώστε να μπορεί να περιστραφεί ως προς τον άξονα ΑΓ που σχηματίζει το υψηλότερο καλώδιο. Το κύκλωμα διατηρεί το σχήμα του ανεξάρτητα από την κατάσταση των διακοπών (ανοικτοί ή κλειστοί). Το κύκλωμα βρίσκεται μέσα σε μαγνητικό πεδίο, $B = 10,0\text{T}$, και ηλεκτρικό πεδίο, $E = 1000\text{N/C}$, τα οποία έχουν φορά προς το εξωτερικό της σελίδας.

- α. Όταν και οι δύο διακόπτες είναι ανοικτοί, όπως φαίνεται στο σχήμα, το κύκλωμα κινείται προς τα πάνω (εξωτερικό της σελίδας) εξαιτίας της παρουσίας του ηλεκτρικού πεδίου. Να βρείτε την γωνία ισορροπίας θ , την οποία σχηματίζει το επίπεδο του κυκλώματος με την κατακόρυφη διεύθυνση.

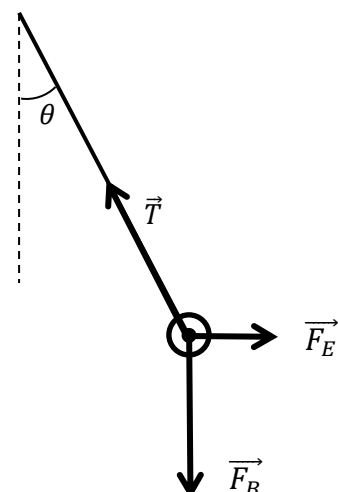
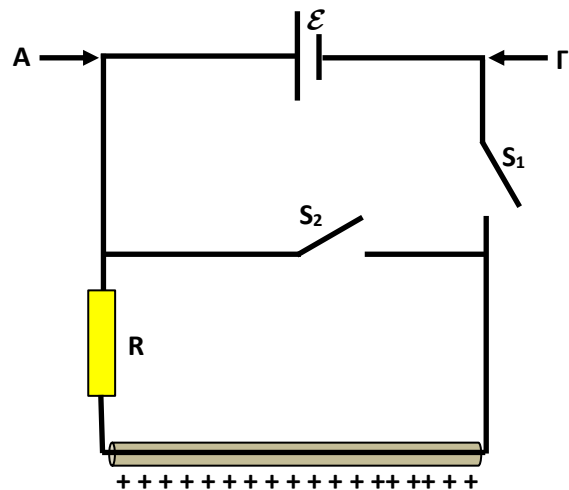
(μονάδες 4)

Πάνω στο περιτύλιγμα θα ασκείται δύναμη από πλευράς του ηλεκτρικού πεδίου με αποτέλεσμα το κύκλωμα να εκτραπεί κατά γωνία θ . Στο καλώδιο με το περιτύλιγμα ασκούνται οι εξής δυνάμεις: το βάρος, η δύναμη από το ηλεκτρικό πεδίο και οι δύο δυνάμεις από τους βραχίονες του κυκλώματος, που συναθροίζονται σε μια δύναμη $\vec{T}$.

Από το σχήμα προκύπτει εύκολα ότι για να ισορροπεί σε αυτή τη θέση το κύκλωμα θα πρέπει

$$\begin{aligned} \varepsilon\varphi\theta &= \frac{|\vec{F}_E|}{Mg} \Rightarrow \varepsilon\varphi\theta = \frac{Q|\vec{E}|}{Mg} \Rightarrow \\ \varepsilon\varphi\theta &= \frac{10^{-2}\text{C} \cdot \frac{1000\text{N}}{\text{C}}}{0,1\text{kg} \cdot 9,81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 10,19 \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\theta = 84,4^\circ$$





- b. Όταν ο διακόπτης S_1 είναι κλειστός και ο S_2 είναι ανοικτός, να υπολογίσετε τη γωνία ισορροπίας θ .

(μονάδες 4)

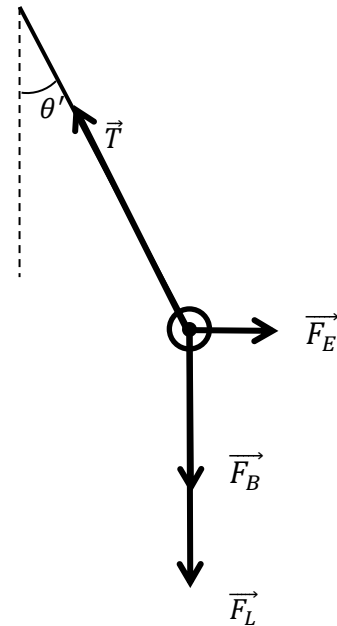
Όταν ο διακόπτης S_1 είναι κλειστός και ο S_2 είναι ανοικτός, ο αγωγός με το περιτύλιγμα θα διαρρέεται από ρεύμα $I = \frac{\mathcal{E}}{R} = 6 \text{ A}$ με φορά από αριστερά προς τα δεξιά στο σχήμα. Άρα στον αγωγό θα ασκείται επιπλέον η δύναμη Laplace από το μαγνητικό πεδίο, η οποία θα έχει φορά προς τα κάτω.

Παρόμοια με το προηγούμενο ερώτημα βρίσκουμε ότι

$$\varepsilon\varphi\theta' = \frac{|\vec{F}_E|}{Mg + |\vec{F}_L|} \Rightarrow \varepsilon\varphi\theta' = \frac{Q|\vec{E}|}{Mg + |\vec{B}|Il}$$

$$\varepsilon\varphi\theta' = \frac{10^{-2} \text{ C} \cdot \frac{1000 \text{ N}}{\text{C}}}{0,1 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 10,0 \text{ T} \cdot 6 \text{ A} \cdot 0,05 \text{ m}}$$

$$\varepsilon\varphi\theta' = 2,51 \Rightarrow \theta' = 68,3^\circ$$



- c. Όταν και οι δύο διακόπτες είναι κλειστοί, το κύκλωμα περιστρέφεται από την κατακόρυφη θέση, $\theta = 0^\circ$, στη οριζόντια θέση, $\theta = 90^\circ$, σε χρόνο $\Delta t = 5 \text{ ms}$. Να υπολογίσετε το έργο που απαιτείται για την κίνηση αυτή.

(μονάδες 4)

Ο αγωγός με το περιτύλιγμα ανυψώνεται σε ύψος $l = 5 \text{ cm}$. Άρα, η δυναμική του ενέργεια σε σχέση με την αρχική του θέση θα είναι

$$U = M \cdot g \cdot l = 0,049 \text{ J}$$

Άρα το συνολικό έργο που παράγεται από τις δυνάμεις που ασκούνται στους αγωγούς του κυκλώματος είναι

$$W = 0,049 \text{ J}$$

- d. Καθώς οι δύο διακόπτες είναι ανοικτοί, το κύκλωμα αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί από την οριζόντια θέση. Να περιγράψετε την κίνηση του κυκλώματος και να υπολογίσετε όλες τις σχετικές παραμέτρους που σας βοηθούν να περιγράψετε την κίνηση του κυκλώματος. Ποιό θα είναι το αποτέλεσμα αν κλείσει ο διακόπτης S_2 κατά τη διάρκεια της κίνησης αυτής;

(μονάδες 8)

Το κύκλωμα θα εκτελέσει ταλάντωση γύρω από τη θέση ισορροπίας του (την οποία βρήκαμε στο ερώτημα α.). Στη θέση ισορροπίας το κύκλωμα σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία $\theta = 84,4^\circ$. Η αρχική εκτροπή του κυκλώματος από τη θέση ισορροπίας είναι $\varphi_{\text{μεγ}} = 5,6^\circ$. Η συνισταμένη του βάρους του κυκλώματος και της δύναμης από το ηλεκτρικό

πεδίο θα έχει σταθερό μέτρο $|\vec{F}_\pi| = \sqrt{(Mg)^2 + (Q|\vec{E}|)^2}$ και η φορά της θα σχηματίζει



συνεχώς γωνία $\theta = 84,4^\circ$ με την κατακόρυφο. Από την ανάλυση των δυνάμεων που ασκούνται στο κύκλωμα, όταν αυτό εκτραπεί από τη θέση ισορροπίας (παρόμοια με την περίπτωση του απλού εκκρεμούς) μπορούμε να δείξουμε ότι το κύκλωμα θα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M \cdot l}{\sqrt{(Mg)^2 + (Q|\vec{E}|)^2}}}$$

Αν ο διακόπτης S_2 κλείσει κατά τη διάρκεια της κίνησης αυτής μέσα στο κύκλωμα θα αναπτυχθεί επαγωγικό ρεύμα (αφού η γραμμική ταχύτητα του αγωγού με το περίβλημα θα είναι διπλάσια από τη γραμμική ταχύτητα του αγωγού που περιέχει τον διακόπτη S_2). Σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz η φορά του επαγωγικού ρεύματος θα έχει φορά τέτοια ώστε η συνολική δύναμη Laplace να είναι αντίθετη της αιτίας που δημιουργεί αυτό το επαγωγικό ρεύμα, δηλαδή αντίθετη της κίνησης του κυκλώματος. Έτσι το κύκλωμα θα εκτελέσει φθίνουσα ταλάντωση και θα ακινητοποιηθεί.

ΤΕΛΟΣ ΔΟΚΙΜΙΟΥ