

ΕΝΩΣΗ ΦΥΣΙΚΩΝ ΚΥΠΡΟΥ

31^η ΠΑΓΚΥΠΡΙΑ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ (Β' Φάση)

Κυριακή, 26 Μαρτίου 2017

Ώρα: 10:30 - 13:30

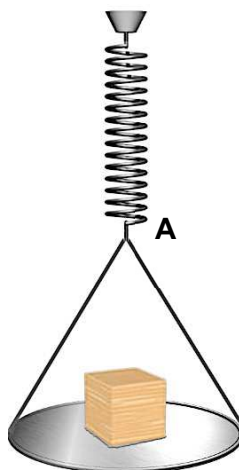


Οδηγίες:

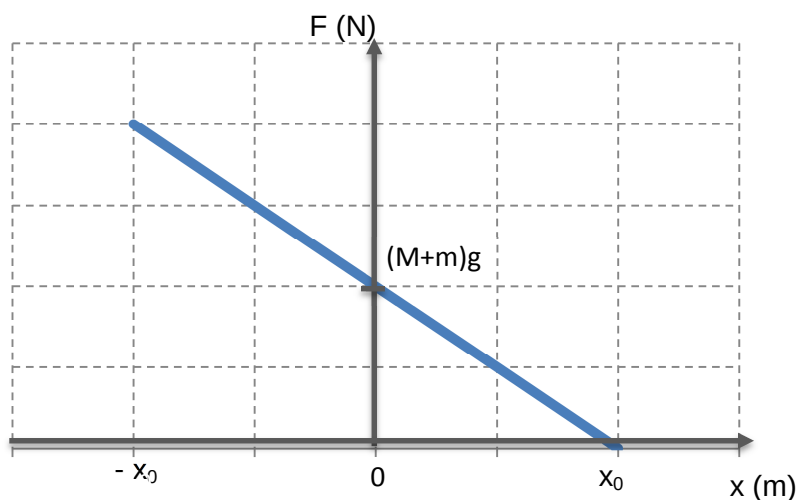
- 1) Το δοκίμιο αποτελείται από έξι (6) σελίδες και πέντε (5) θέματα.
- 2) Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα του δοκιμίου.
- 3) Κάθε θέμα βαθμολογείται με 20 μονάδες. Σε κάθε θέμα οι μονάδες κάθε ερωτήματος φαίνονται στο τέλος του ερωτήματος.
- 4) Στο τετράδιο απαντήσεων να αναγράφεται ξεκάθαρα ο αριθμός του θέματος και του ερωτήματος που απαντάτε.
- 5) Επιτρέπεται η χρήση μόνο μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- 6) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- 7) Επιτρέπεται η χρήση ΜΟΝΟ μπλε μελανιού. (Οι γραφικές παραστάσεις μπορούν να γίνουν και με μολύβι).
- 8) Τα σχήματα των θεμάτων δεν είναι υπό κλίμακα.
- 9) Δίνεται: $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

ΘΕΜΑ 1^ο

Στο σχήμα που ακολουθεί φαίνεται ένας δίσκος μάζας M στερεωμένος στο άκρο αβαρούς ελατηρίου, το οποίο υπακούει στο νόμο του Hooke. Πάνω στον δίσκο βρίσκεται στερεωμένος ένας ξύλινος κύβος μάζας m . Ο δίσκος εκτρέπεται κατακόρυφα από τη θέση ισορροπίας του και αφήνεται να εκτελέσει ταλάντωση.



Στη γραφική παράσταση που ακολουθεί φαίνεται η δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο άκρο Α σε σχέση με την απομάκρυνση του συστήματος δίσκος – ξύλινο σώμα από τη θέση ισορροπίας του.



α. Να διερευνήσετε αν η ταλάντωση που εκτελεί το σύστημα είναι απλή αρμονική.

(μονάδες 3)

β. Να εκφράσετε τη σταθερά της ταλάντωσης συναρτήσει των φυσικών μεγεθών που φαίνονται στη γραφική παράσταση.

(μονάδες 2)

Για τα επόμενα ερωτήματα δίνονται τα δεδομένα: $M = 0,20 \text{ kg}$, $m = 0,10 \text{ kg}$, $K = 20 \text{ N/m}$ και $x_0 = 0,10 \text{ m}$

γ. Να υπολογίσετε τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.

(μονάδες 2)

δ. Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου σε συνάρτηση με την απομάκρυνση του συστήματος από την θέση ισορροπίας του.

(μονάδες 4)

ε. Αν ο ξύλινος κύβος δεν είναι στερεωμένος στον δίσκο να υπολογίσετε το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης του συστήματος για το οποίο ο ξύλινος κύβος παραμένει ακόμη σε επαφή με τον δίσκο.

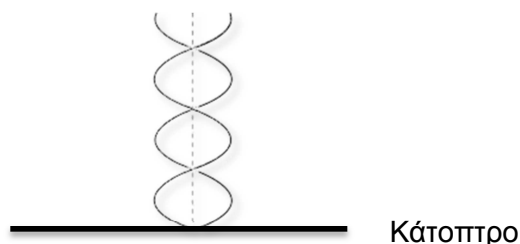
(μονάδες 3)

στ. Να προσδιορίσετε τη θέση στην οποία πρέπει να γίνει πλαστική κρούση του συστήματος με ένα σώμα μάζας m καθώς και την ταχύτητα που πρέπει να έχει το σώμα αυτό, ώστε το νέο σύστημα να ακινητοποιηθεί.

(μονάδες 6)

ΘΕΜΑ 2^ο

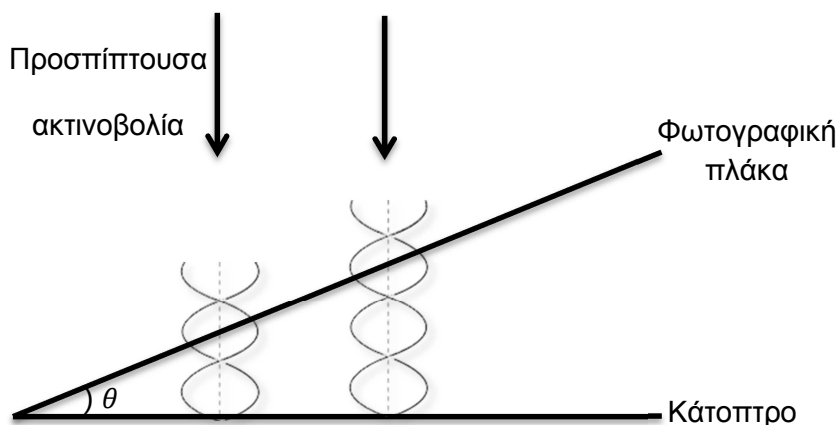
α. Στο σχήμα που ακολουθεί φαίνεται ένα στάσιμο κύμα που δημιουργείται από την ανάκλαση μιας λεπτής δέσμης φωτός, με μήκος κύματος $\lambda = 680 \text{ nm}$, σε επίπεδο κάτοπτρο.



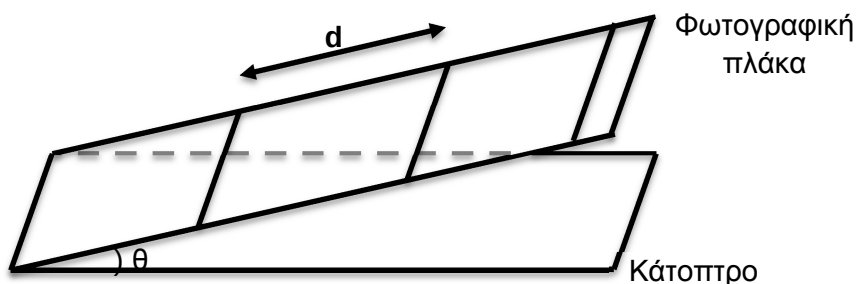
- i. Να υπολογίσετε τον αριθμό των δεσμών του στάσιμου κύματος σε απόσταση $L = 2,0 \text{ mm}$ από το κάτοπτρο.

(μονάδες 2)

Πιο κάτω φαίνεται η αποτύπωση των κοιλιών του στάσιμου κύματος σε φωτογραφική πλάκα.



Όταν η φωτογραφική πλάκα τέμνει το στάσιμο κύμα σε περιοχή που υπάρχει κοιλία εμφανίζεται μια μαύρη γραμμή. Η φωτογραφική πλάκα σχηματίζει γωνία $\theta = 4,3 \cdot 10^{-3}$ μοίρες με τον καθρέφτη.



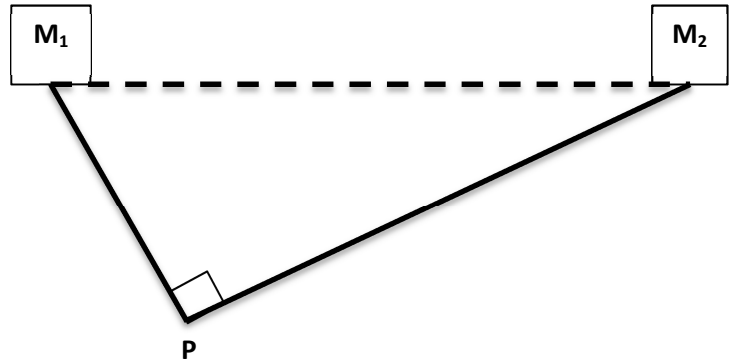
- ii. Να υπολογίσετε την απόσταση d μεταξύ δύο μαύρων γραμμών του σχήματος.

(μονάδες 3)

- iii. Να εξηγήσετε πώς θα μεταβληθεί η απόσταση μεταξύ των γραμμών αν χρησιμοποιήσουμε δέσμη φωτός μικρότερου μήκους κύματος.

(μονάδες 2)

β. Στο διπλανό σχήμα φαίνονται δύο μεγάφωνα που βρίσκονται σε απόσταση $M_1M_2 = 2,0 \text{ m}$ και είναι συνδεδεμένα με την ίδια γεννήτρια συχνοτήτων. Τα μεγάφωνα εκπέμπουν ηχητικά κύματα μήκους κύματος $\lambda = 1,2 \text{ m}$.



Στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με τα μεγάφωνα βρίσκεται ένα σημείο P το οποίο είναι σημείο ενίσχυσης. Το σημείο P βρίσκεται πλησιέστερα στο μεγάφωνο M_1 . Τα ευθύγραμμα τμήματα M_1P και M_2P τέμνονται κάθετα.

i. Να υπολογίσετε τις αποστάσεις M_1P και M_2P .

(μονάδες 5)

ii. Τα μεγάφωνα ξεκινούν να εκπέμπουν ηχητικά κύματα τη χρονική στιγμή $t = 0$.

Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της μεταβολής της πίεσης του αέρα στο σημείο P για το χρονικό διάστημα $0 - 4T$.

(Ο οριζόντιος άξονας να βαθμολογηθεί συναρτήσει της περιόδου.)

(μονάδες 5)

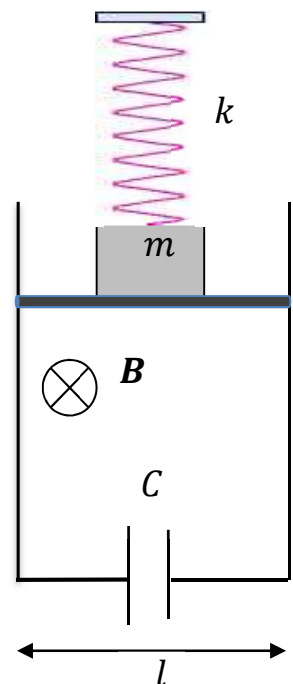
iii. Να υπολογίσετε την ελάχιστη απόσταση που πρέπει να μετακινηθεί το M_2 προς το M_1 ώστε το σημείο P να είναι και πάλι σημείο ενίσχυσης.

(μονάδες 3)

ΘΕΜΑ 3^ο

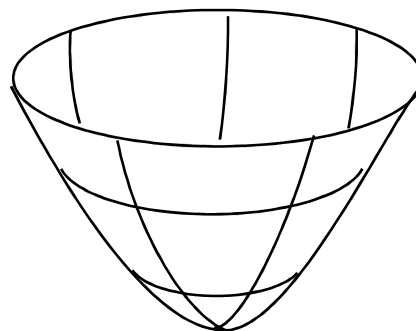
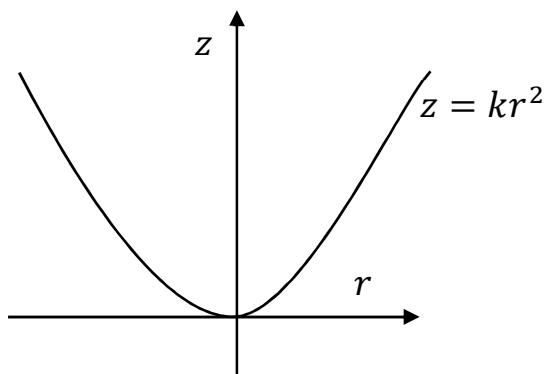
Ένα βαρύ κιβώτιο εξαρτάται από κάποιο σταθερό σημείο της οροφής μέσω ενός ελατηρίου σταθεράς ελατηρίου k . Μια αγώγιμη ράβδος είναι προσκολλημένη στο κάτω μέρος του κιβωτίου. Η συνολική μάζα του κιβωτίου και της ράβδου είναι m . Η ράβδος μπορεί κινηθεί κατά μήκος δυο παράλληλων ραγών που βρίσκονται σε απόσταση l μεταξύ τους. Ένας πυκνωτής γνωστής χωρητικότητας C είναι συνδεδεμένος με τις ράγες μέσω κατάλληλων καλωδίων. Όλο το σύστημα τοποθετείται μέσα σε ομοιόμορφο μαγνητικό πεδίο, $\mathbf{B}$, με φορά προς το εσωτερικό της σελίδας. Να αγνοήσετε τις τριβές και την ηλεκτρική αντίσταση των ραγών και της ράβδου. Η χωρητικότητα ενός πυκνωτή είναι ίση με την ποσότητα του ηλεκτρικού φορτίου που πρέπει να αποθηκευτεί στον πυκνωτή έτσι ώστε η διαφορά δυναμικού μεταξύ των οπλισμών του να είναι ίση με 1 V , δηλαδή, $C = Q/V$.

Να προσδιορίσετε την περίοδο, T , των κατακόρυφων ταλαντώσεων του κιβωτίου.



ΘΕΜΑ 4^ο

Ένα σώμα είναι περιορισμένο να κινείται στην εσωτερική επιφάνεια ενός παραβολικού μπολ του οποίου η διατομή δίνεται από την εξίσωση $z = kr^2$, όπου k θετική σταθερά. Το σώμα ξεκινά από ύψος z_0 πάνω από το χαμηλότερο σημείο του μπολ με οριζόντια ταχύτητα v_0 κατά μήκος της επιφάνειας του μπολ. Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι g .



α. Για κάποια συγκεκριμένη τιμή οριζόντιας ταχύτητας v_0 , την οποία θα αναφέρουμε ως v_h , το σώμα κινείται σε οριζόντια κυκλική τροχιά. Ποια είναι η τιμή της ταχύτητας v_h συναρτήσει των g , z_0 , και/ή της σταθεράς k .

(μονάδες 4)

β. Να υποθέσετε ότι η αρχική οριζόντια ταχύτητα είναι τώρα $v_0 > v_h$. Ποιο είναι το μέγιστο ύψος στο οποίο φθάνει το σώμα συναρτήσει των v_0 , g , z_0 , και/ή της σταθεράς k .

(μονάδες 6)

γ. Να υποθέσετε τώρα ότι το σωματίδιο ξεκινά από ύψος z_0 από το χαμηλότερο σημείο του μπολ με αρχική ταχύτητα $v_0 = 0$.

- i.** Υποθέτοντας ότι το ύψος z_0 είναι αρκετά μικρό ώστε η κίνηση να μπορεί να προσεγγισθεί σαν απλή αρμονική, να προσδιορίσετε την περίοδο της κίνησης συναρτήσει όλων ή κάποιων από τα ακόλουθα μεγέθη: τη μάζα m του σώματος, g , z_0 , και/ή της σταθεράς k .

Υπόδειξη: Μπορεί να σας φανεί χρήσιμο το γεγονός ότι για μικρές γωνίες θ , $\eta\mu\theta \approx \theta \approx \epsilon\phi\theta$ και $\sigma\upsilon\nu\theta \approx 1$.

(μονάδες 8)

- ii.** Υποθέτοντας ότι το ύψος z_0 δεν είναι μικρό, η περίοδος της κίνησης στην περίπτωση αυτή θα είναι μεγαλύτερη, μικρότερη ή ίση με την περίοδο της κίνησης που βρήκατε στο προηγούμενο ερώτημα; (Δεν είναι απαραίτητο να υπολογίσετε την νέα τιμή της περιόδου αναλυτικά, αλλά χρειάζεται να υποστηρίξετε την απάντησή σας με επιχειρήματα).

(μονάδες 2)

ΘΕΜΑ 5^ο

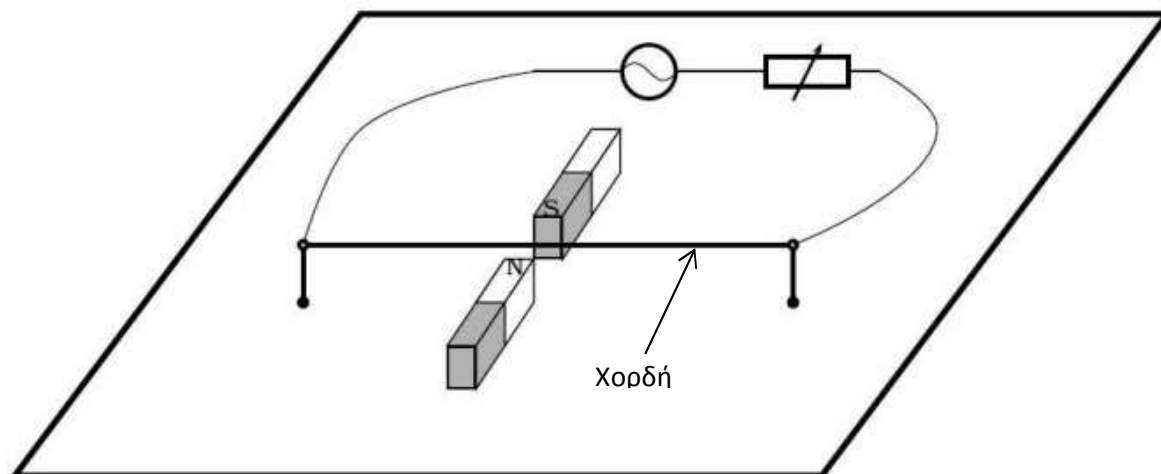
Μια οριζόντια μεταλλική χορδή μήκους 0,50 m και μάζας $4,48 \cdot 10^{-3}$ kg είναι στερεωμένη στα δύο άκρα της. Στη χορδή εφαρμόζεται σταθερή τάση $F = 1,4 \cdot 10^2$ N.

α. Να περιγράψετε την κίνηση των σωματιδίων της χορδής, όταν σε αυτήν διαδίδονται εγκάρσια κύματα (i) με τη θεμελιώδη συχνότητα της χορδής και (ii) με τη δεύτερη αρμονική συχνότητα της χορδής.

Για κάθε περίπτωση (i) και (ii) να σχεδιάσετε και την αντίστοιχη μορφή που θα έχει η χορδή.

(μονάδες 6)

β. Στο μέσο της χορδής τοποθετούνται δύο μαγνήτες έτσι ώστε το μαγνητικό πεδίο που δημιουργείται από αυτούς να είναι οριζόντιο και κάθετο στη χορδή. Στα άκρα της χορδής εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση και η χορδή διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα.



- i. Να περιγράψετε τι θα παρατηρηθεί στη χορδή όταν η συχνότητα του ρεύματος αυξηθεί σταδιακά από 100 Hz σε 300 Hz. Να υποστηρίξετε την περιγραφή σας με τους κατάλληλους υπολογισμούς.

(μονάδες 9)

- ii. Να εξηγήσετε πώς θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί η πιο πάνω διάταξη για τον προσδιορισμό της άγνωστης συχνότητας μιας εναλλασσόμενης τάσης.

(μονάδες 5)

ΤΕΛΟΣ ΔΟΚΙΜΙΟΥ

ΕΝΩΣΗ ΦΥΣΙΚΩΝ ΚΥΠΡΟΥ

31^η ΠΑΓΚΥΠΡΙΑ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ (Β' Φάση)

Κυριακή, 26 Μαρτίου 2017

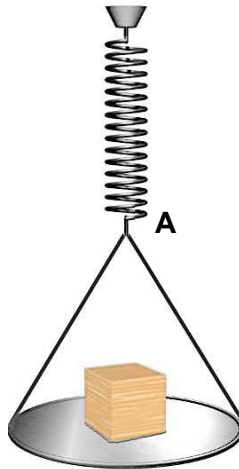
Ώρα: 10:30 - 13:30



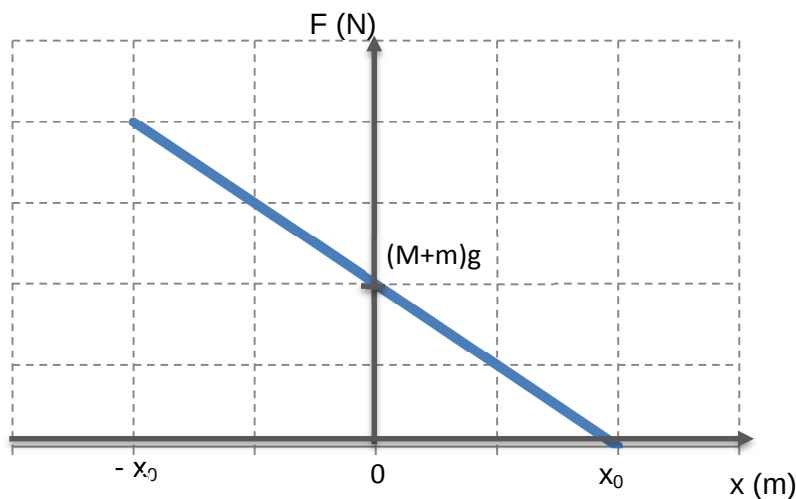
Προτεινόμενες λύσεις

ΘΕΜΑ 1^ο

Στο σχήμα που ακολουθεί φαίνεται ένας δίσκος μάζας M στερεωμένος στο άκρο αβαρούς ελατηρίου, το οποίο υπακούει στο νόμο του Hooke. Πάνω στον δίσκο βρίσκεται στερεωμένος ένας ξύλινος κύβος μάζας m . Ο δίσκος εκτρέπεται κατακόρυφα από τη θέση ισορροπίας του και αφήνεται να εκτελέσει ταλάντωση.



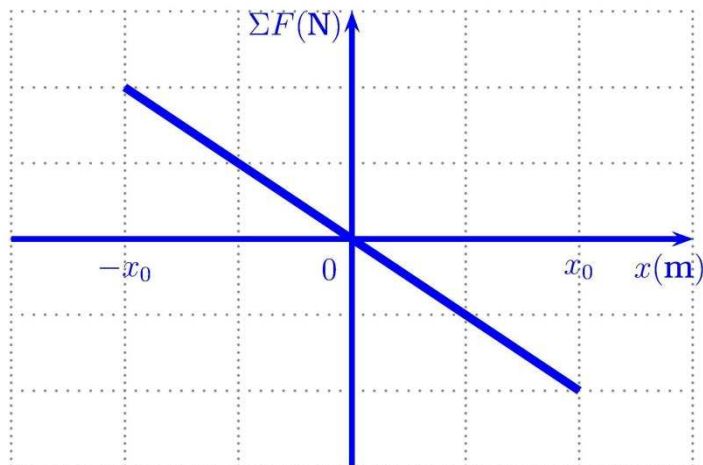
Στη γραφική παράσταση που ακολουθεί φαίνεται η δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο άκρο A σε σχέση με την απομάκρυνση του συστήματος δίσκος – ξύλινο σώμα από τη θέση ισορροπίας του.



α. Να διερευνήσετε αν η ταλάντωση που εκτελεί το σύστημα είναι απλή αρμονική.

(μονάδες 3)

Από τη γραφική παράσταση της δύναμης του ελατηρίου σε συνάρτηση με την απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας προκύπτει ότι η γραφική παράσταση της συνισταμένης δύναμης $\vec{\Sigma F} = \vec{F} + \vec{B}$ σε συνάρτηση με την απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας θα έχει τη μορφή: **(1 μον.)**



Από τη γραφική παράσταση φαίνεται ότι η συνισταμένη δύναμη είναι ανάλογη της απομάκρυνσης με αντίθετη φορά από αυτήν, δηλαδή $\Sigma F = -D \cdot x$ **(1 μον.)**. Άρα, το σύστημα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση **(1 μον.)**.

β. Να εκφράσετε τη σταθερά της ταλάντωσης συναρτήσει των φυσικών μεγεθών που φαίνονται στη γραφική παράσταση.

(μονάδες 2)

Η σταθερά της ταλάντωσης είναι ίση με την απόλυτη τιμή της κλίσης της γραφικής παράστασης της συνισταμένης δύναμης σε συνάρτηση με την απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας **(1 μον.)**. Αυτή η κλίση είναι ίση με την κλίση της ευθείας στη γραφική παράσταση της δύναμης του ελατηρίου σε συνάρτηση με την απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας. Από αυτήν υπολογίζουμε την κλίση:

$$D = \left| \frac{0 - (M + m)g}{x_0 - 0} \right| = \frac{(M + m)g}{x_0} \quad \text{b(1 μον.)}$$

Για τα επόμενα ερωτήματα δίνονται τα δεδομένα: $M = 0,20 \text{ kg}$, $m = 0,10 \text{ kg}$, $K = 20 \text{ N/m}$ και $x_0 = 0,10 \text{ m}$

γ. Να υπολογίσετε τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.

(μονάδες 2)

Το ελατήριο έχει μέγιστη δυναμική ενέργεια όταν η επιμήκυνσή του είναι μέγιστη **(1 μον.)**. Η μέγιστη επιμήκυνση του ελατηρίου είναι ίση με $\Delta x_{\mu\epsilon\gamma} = \Delta l + x_0$, όπου Δl είναι η επιμήκυνση

του ελατηρίου όταν το σώμα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας. Άρα, η μέγιστη δυναμική ενέργεια θα είναι

$$E_{\Delta\epsilon\lambda} = \frac{1}{2} K \Delta x_{\mu\epsilon\gamma}^2 = \frac{1}{2} K \left(\frac{(M+m)g}{K} + x_0 \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot 20 \left(\frac{0,30 \cdot 9,81}{20} + 0,10 \right)^2 = 0,61 \text{ J} \quad \boxed{(1 \text{ μον.})}$$

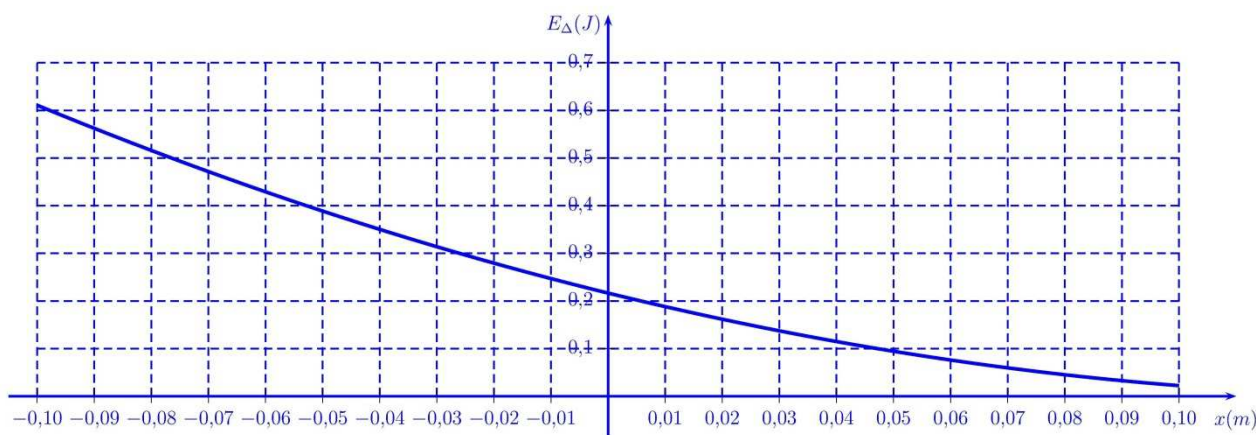
δ. Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου σε συνάρτηση με την απομάκρυνση του συστήματος από την θέση ισορροπίας του.

(μονάδες 4)

Η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου δίνεται από τη σχέση

$$E_{\Delta} = \frac{1}{2} K \Delta x^2 = \frac{1}{2} K \left(\frac{(M+m)g}{K} - x \right)^2, \quad -0,10 \text{ m} \leq x \leq 0,10 \text{ m} \quad \boxed{(1 \text{ μον.})}$$

Η γραφική παράσταση της πιο πάνω συνάρτησης φαίνεται πιο κάτω



(Σωστή βαθμονόμηση αξόνων: (1 μον.) για κάθε άξονα, σωστή χάραξη γραφικής: (1 μον.))

ε. Αν ο ξύλινος κύβος δεν είναι στερεωμένος στον δίσκο να υπολογίσετε το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης του συστήματος για το οποίο ο ξύλινος κύβος παραμένει ακόμη σε επαφή με τον δίσκο.

(μονάδες 3)

Η δύναμη που αναγκάζει τον κύβο να εκτελεί ταλάντωση είναι η συνισταμένη δύναμη του βάρους του κύβου και της κάθετης δύναμης από τον δίσκο στον κύβο.

$$F_N - B = -m\omega^2 x \quad \boxed{(1 \text{ μον.})}$$

Για να μην χάσει επαφή ο κύβος με τον δίσκο θα πρέπει η κάθετη δύναμη να μην μηδενιστεί, δηλαδή $F_N = B - m\omega^2 x > 0$ (1 μον.). Άρα,

$$x < \frac{m \cdot g}{m \cdot \omega^2} = \frac{g}{\omega^2} = \frac{g \cdot (M+m)}{K} = \frac{9,81 \cdot 0,3}{20} = 0,14715 \text{ m} \approx 0,15 \text{ m}$$

$$\Rightarrow x_{\mu\epsilon\gamma} \approx 0,15 \text{ m} \quad \boxed{(1 \text{ μον.})}$$

στ. Να προσδιορίσετε τη θέση στην οποία πρέπει να γίνει πλαστική κρούση του συστήματος με ένα σώμα μάζας m καθώς και την ταχύτητα που πρέπει να έχει το σώμα αυτό, ώστε το νέο σύστημα να ακινητοποιηθεί.

(μονάδες 6)

Για να ακινητοποιηθεί το σύστημα μετά την κρούση θα πρέπει η κρούση να γίνει στη νέα θέση ισορροπίας **(1 μον.)** και η ταχύτητα του συστήματος μετά την κρούση να είναι ίση με μηδέν **(1 μον.)**.

Η νέα θέση θα είναι πιο κάτω από την προηγούμενη θέση κατά $x_{κρ}$. Η απόσταση $x_{κρ}$ μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση $K \cdot x_{κρ} = m \cdot g$. Άρα, $x_{κρ} = \frac{m \cdot g}{K} = \frac{0,10 \cdot 9,81}{20} = 0,049\text{m}$ **(1 μον.)**

Η ταχύτητα του συστήματος δίσκος – κύβος πριν την κρούση θα είναι ίση με

$$v = \pm \sqrt{(x_0^2 - x_{κρ}^2)} = \pm 0,087 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \textbf{(1 μον.)}$$

Αφού το σύστημα θα ακινητοποιηθεί μετά την κρούση θα πρέπει και η αρχική ορμή του συστήματος δίσκος – κύβος – σώμα πριν την κρούση να είναι ίση με μηδέν **(1 μον.)**. Άρα,

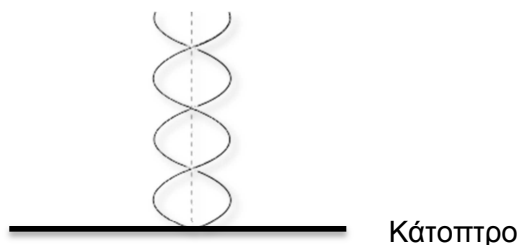
$$(M + m) \cdot v - m \cdot v_{\Sigma} = 0$$

Άρα,

$$v_{\Sigma} = \frac{(M + m)}{m} v = \frac{0,30}{0,10} \cdot 0,087 = 0,26 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \textbf{(1 μον.)}$$

ΘΕΜΑ 2^ο

α. Στο σχήμα που ακολουθεί φαίνεται ένα στάσιμο κύμα που δημιουργείται από την ανάκλαση μιας λεπτής δέσμης φωτός, με μήκος κύματος $\lambda = 680 \text{ nm}$, σε επίπεδο κάτοπτρο.



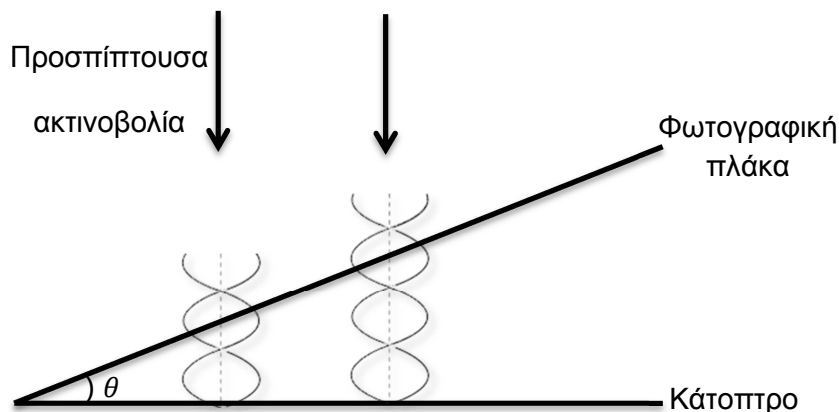
- i. Να υπολογίσετε τον αριθμό των δεσμών του στάσιμου κύματος σε απόσταση $L = 2,0 \text{ mm}$ από το κάτοπτρο.

(μονάδες 2)

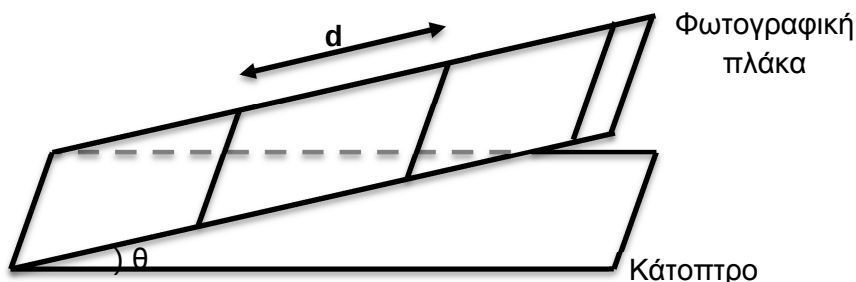
Η απόσταση μεταξύ των δεσμών του στάσιμου κύματος είναι $\lambda/2$ **(1 μον.)**. Άρα, σε απόσταση L θα υπάρχουν $N = [L/(\lambda/2)]$ δεσμοί (εκτός από τον δεσμό στην επιφάνεια του κατόπτρου) **(1 μον.)**

$$N = \left[\frac{2,0 \cdot 10^{-3}}{340 \cdot 10^{-9}} \right] = 5882$$

Πιο κάτω φαίνεται η αποτύπωση των κοιλιών του στάσιμου κύματος σε φωτογραφική πλάκα.



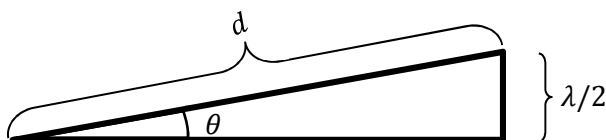
Όταν η φωτογραφική πλάκα τέμνει το στάσιμο κύμα σε περιοχή που υπάρχει κοιλία εμφανίζεται μια μαύρη γραμμή. Η φωτογραφική πλάκα σχηματίζει γωνία $\theta = 4,3 \cdot 10^{-3}$ μοίρες με τον καθρέφτη.



ii. Να υπολογίσετε την απόσταση d μεταξύ δύο μαύρων γραμμών του σχήματος.

(μονάδες 3)

Οι δύο μαύρες γραμμές του σχήματος αποτελούν την τομή της φωτογραφικής πλάκας με δύο κοιλίες διαδοχικής τάξης. Άρα η κατακόρυφη απόσταση μεταξύ των δύο κοιλιών θα είναι $\lambda/2$ (1 μον.). Από το ορθογώνιο τρίγωνο με υποτείνουσα d , την μια κάθετη πλευρά ίση με $\lambda/2$ και την απέναντι γωνία ίση με θ υπολογίζουμε την πλευρά d (1 μον.).



$$d = \frac{\lambda/2}{\eta\mu\theta} = \frac{340 \cdot 10^{-9} \text{ m}}{\eta\mu(4,3 \cdot 10^{-3})^\circ} = 4,53 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

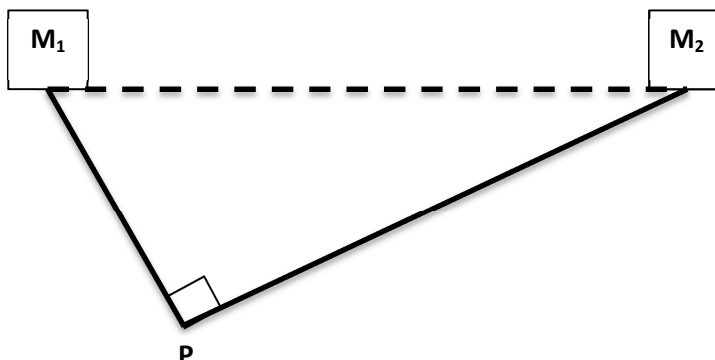
(1 μον.)

iii. Να εξηγήσετε πώς θα μεταβληθεί η απόσταση μεταξύ των γραμμών αν χρησιμοποιήσουμε δέσμη φωτός μικρότερου μήκους κύματος.

(μονάδες 2)

Αφού $d = \frac{\lambda/2}{\eta\mu\theta}$ **(1 μον.)** σημαίνει ότι η μείωση του μήκους κύματος θα μειώσει και την απόσταση μεταξύ των γραμμών στη φωτογραφική πλάκα **(1 μον.)**.

β. Στο διπλανό σχήμα φαίνονται δύο μεγάφωνα που βρίσκονται σε απόσταση $M_1M_2 = 2,0 \text{ m}$ και είναι συνδεδεμένα με την ίδια γεννήτρια συχνοτήτων. Τα μεγάφωνα εκπέμπουν ηχητικά κύματα μήκους κύματος $\lambda = 1,2 \text{ m}$.



Στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με τα μεγάφωνα βρίσκεται ένα σημείο P το οποίο είναι σημείο ενίσχυσης. Το σημείο P βρίσκεται πλησιέστερα στο μεγάφωνο M_1 . Τα ευθύγραμμα τμήματα M_1P και M_2P τέμνονται κάθετα.

i. Να υπολογίσετε τις αποστάσεις M_1P και M_2P .

(μονάδες 5)

Αφού το σημείο P είναι σημείο ενίσχυσης θα ισχύει

$$\Delta x = M_2P - M_1P = K \cdot \lambda \quad \textbf{(1 μον.)}$$

Στη συγκεκριμένη περίπτωση το K μπορεί να πάρει μόνο την τιμή $K = 1$ **(1 μον.)**.

Άρα $M_2P = M_1P + \lambda$ **(1 μον.)**. Χρησιμοποιώντας το πυθαγόρειο θεώρημα υπολογίζουμε τις πλευρές M_1P και M_2P :

$$(M_1M_2)^2 = (M_1P)^2 + (M_2P)^2 \Rightarrow 2,0^2 = (M_1P)^2 + (M_1P + 1,2)^2 \quad \textbf{(1 μον.)}$$

$$\Rightarrow (M_1P)^2 + 1,2(M_1P) - 1,28 = 0$$

$$\Rightarrow M_1P = 0,68\text{m}, M_2P = 1,88\text{m} \quad \textbf{(1 μον.)}$$

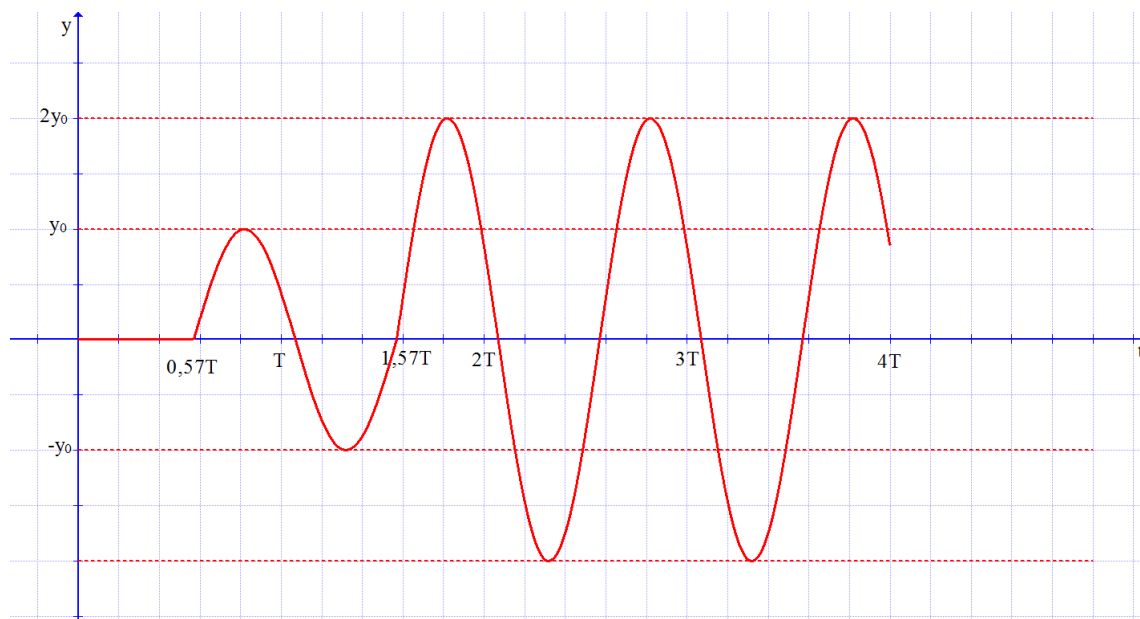
ii. Τα μεγάφωνα ξεκινούν να εκπέμπουν ηχητικά κύματα τη χρονική στιγμή $t = 0$.

Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της μεταβολής της πίεσης του αέρα στο σημείο P για το χρονικό διάστημα $0 - 4T$.

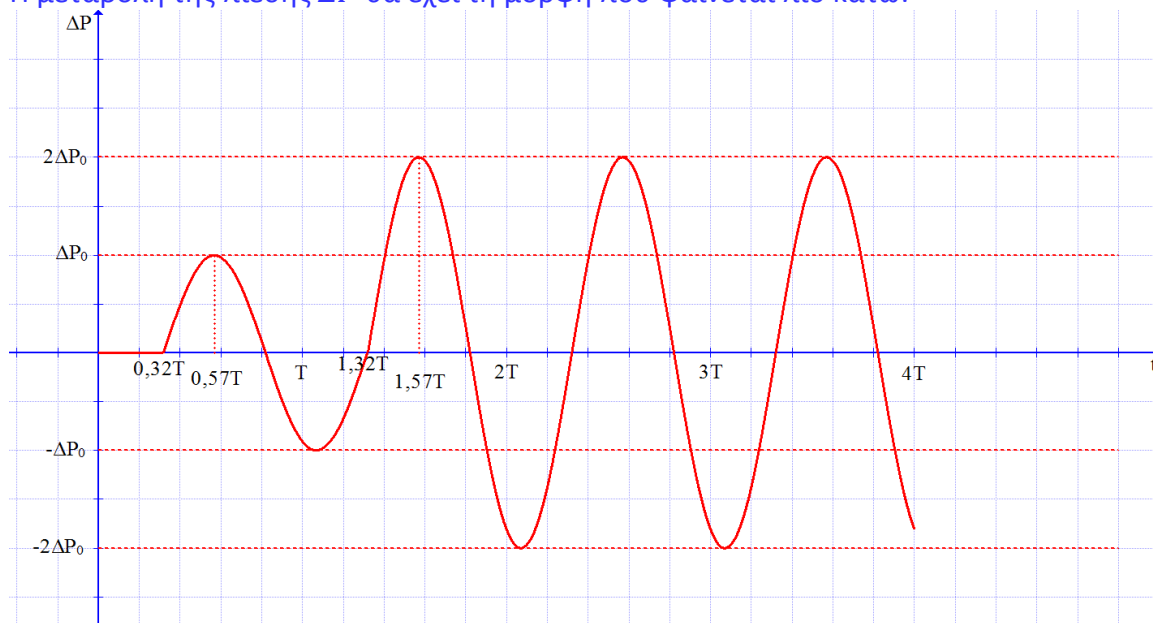
(Ο οριζόντιος άξονας να βαθμολογηθεί συναρτήσει της περιόδου.)

(μονάδες 5)

Ο χρόνος που χρειάζεται ο ήχος για να φτάσει από το πρώτο μεγάφωνο στο P είναι $t_1 = \frac{M_1P}{\lambda} T = 0,57T$ **(1 μον.)**. Από το δεύτερο μεγάφωνο ο ήχος θα χρειαστεί $t_2 = 1,57T$ **(1 μον.)**. Άρα, η γραφική παράσταση της μετατόπισης του σημείου από τη θέση ισορροπίας θα έχει τη μορφή



Η μεταβολή της πίεσης ΔP θα έχει τη μορφή που φαίνεται πιο κάτω:



(Ορθός σχεδιασμός κάθε τμήματος $(0 - 0,32T, 0,32T - 1,32T, 1,32T - 4T)$): **(1 μον.)**

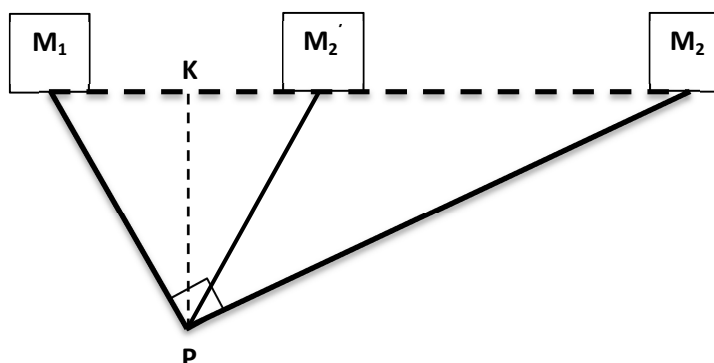
iii. Να υπολογίσετε την ελάχιστη απόσταση που πρέπει να μετακινηθεί το M_2 προς το M_1 ώστε το σημείο P να είναι και πάλι σημείο ενίσχυσης.

(μονάδες 3)

Για να παρατηρηθεί ξανά ελάχιστο κατά τη μετακίνηση του μεγαφώνου M_2 προς το M_1 θα πρέπει η διαφορά δρόμου να είναι ίση με μηδέν, δηλαδή $M_1P = M_2P$ **(1 μον.)**. Από την ομοιότητα των τριγώνων PKM_1 και M_2PM_1 προκύπτει ότι

$$M_1K = \frac{(M_1P)^2}{M_1M_2} = 0,23m \quad \text{b. (1 μον.)}$$

Συνεπώς το μεγάφωνο M_2 θα πρέπει να



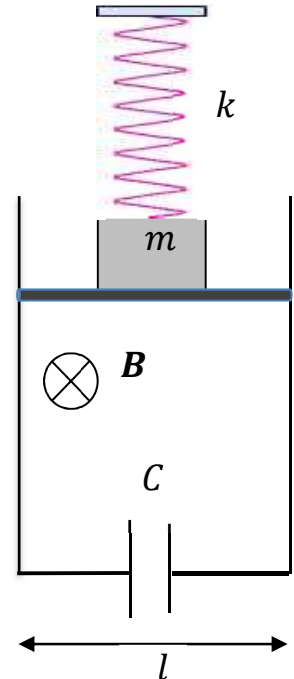
μετακινηθεί κατά απόσταση

$$M_2 M_2' = M_1 M_2 - 2 \cdot M_1 K = 2,0 - 2 \cdot 0,23 = 1,54 \text{m} \quad (1 \text{ μον.})$$

ΘΕΜΑ 3^ο

Ένα βαρύ κιβώτιο εξαρτάται από κάποιο σταθερό σημείο της οροφής μέσω ενός ελατηρίου σταθεράς ελατηρίου k . Μια αγώγιμη ράβδος είναι προσκολλημένη στο κάτω μέρος του κιβωτίου. Η συνολική μάζα του κιβωτίου και της ράβδου είναι m . Η ράβδος μπορεί κινηθεί κατά μήκος δυο παράλληλων ραγών που βρίσκονται σε απόσταση l μεταξύ τους. Ένας πυκνωτής γνωστής χωρητικότητας C είναι συνδεδεμένος με τις ράγες μέσω κατάλληλων καλωδίων. Όλο το σύστημα τοποθετείται μέσα σε ομοιόμορφο μαγνητικό πεδίο, $\mathbf{B}$, με φορά προς το εσωτερικό της σελίδας. Να αγνοήσετε τις τριβές και την ηλεκτρική αντίσταση των ραγών και της ράβδου. Η χωρητικότητα ενός πυκνωτή είναι ίση με την ποσότητα του ηλεκτρικού φορτίου που πρέπει να αποθηκευτεί στον πυκνωτή έτσι ώστε η διαφορά δυναμικού μεταξύ των οπλισμών του να είναι ίση με 1 V, δηλαδή, $C = Q/V$.

Να προσδιορίσετε την περίοδο, T , των κατακόρυφων ταλαντώσεων του κιβωτίου.



Έστω ότι το κιβώτιο και η ράβδος έχουν κινηθεί προς τα κάτω κατά μια απόσταση y και έχουν αποκτήσει ταχύτητα v . Καθώς το σύστημα κατεβαίνει η μαγνητική ροή που περνά από το κύκλωμα μεταβάλλεται (1 μον.) με αποτέλεσμα την εμφάνιση ΗΕΔ από επαγωγή που σύμφωνα με το νόμο του Faraday δίνεται από τη σχέση:

$$E_{\text{επ}} = Bvl \quad (1 \text{ μον.}) \quad (1)$$

Αυτή η ΗΕΔ σχετίζεται με το φορτίο που αναπτύσσεται στον πυκνωτή χωρητικότητας C σύμφωνα με τη σχέση:

$$Q = E_{\text{επ}} C = CBvl \quad (1 \text{ μον.}) \quad (2)$$

Παραγωγίζοντας την προηγούμενη σχέση ως προς χρόνο βρίσκουμε το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα (1 μον.). Η φορά του επαγόμενου ρεύματος είναι σύμφωνα με τη φορά των δεικτών του ρολογιού όταν το σύστημα ράβδου-κιβωτίου κινείται προς τα κάτω (1 μον.). Το ρεύμα είναι:

$$I = \frac{dQ}{dt} = CBl \frac{dv}{dt} = CBl \frac{d^2 y}{dt^2} \quad (1 \text{ μον.}) \quad (3)$$

Καθώς το σύστημα ράβδου-κιβωτίου κινείται προς τα κάτω αναπτύσσεται στη ράβδο μαγνητική δύναμη με φορά προς τα πάνω (αντίθετα όταν το σύστημα κινείται προς τα πάνω) (1 μον.). Η μαγνητική δύναμη δίνεται από τη σχέση:

$$F_{\text{μαγν.}} = BIl = CB^2 l^2 \frac{d^2 y}{dt^2} \quad (1 \text{ μον.}) \quad (4)$$

Η συνισταμένη δύναμη που ενεργεί στο σύστημα ράβδου-κιβωτίου καθώς κινείται προς τα κάτω σύμφωνα με το 2ο νόμο του Newton είναι:

$$\Sigma F = m \frac{d^2 y}{dt^2} = mg - F_{\text{μαγν.}} - F_{\text{ελ.}} = mg - CB^2 l^2 \frac{d^2 y}{dt^2} - ky \quad (2 \text{ μον.}) \quad (5)$$

Από την τελευταία σχέση έχουμε:

$$(m + CB^2 l^2) \frac{d^2 y}{dt^2} = mg - ky \Rightarrow \frac{(m + CB^2 l^2)}{k} \frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{mg}{k} - y \quad \text{(2 μον.)} \quad (6)$$

Θεωρούμε ως νέα μεταβλητή την $w = y - \frac{mg}{k} \Rightarrow dw = dy \Rightarrow d^2 w = d^2 y$ (3 μον.) η εξίσωση (6) γράφεται:

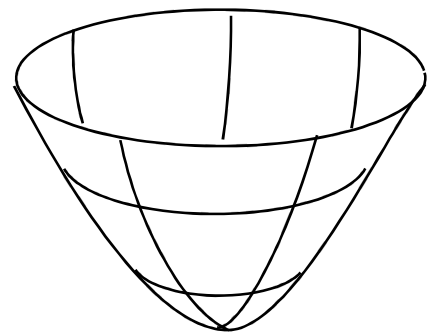
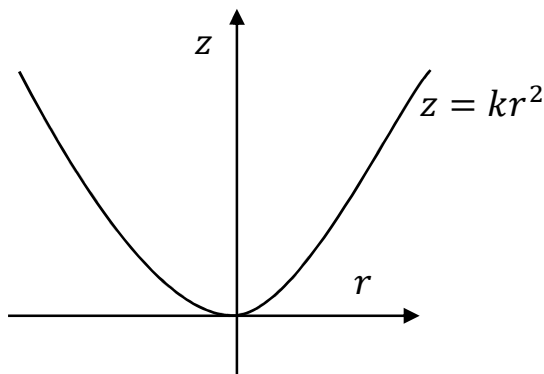
$$\frac{(m + CB^2 l^2)}{k} \frac{d^2 w}{dt^2} = -w \Rightarrow \frac{d^2 w}{dt^2} = -\frac{k}{(m + CB^2 l^2)} w \quad \text{(2 μον.)} \quad (7)$$

Η εξίσωση αυτή είναι εξίσωση αρμονικής ταλάντωσης γωνιακής συχνότητας $\omega = \sqrt{\frac{k}{(m + CB^2 l^2)}}$

(1 μον.) και επομένως η περίοδος της ταλάντωσης είναι: $T = 2\pi \sqrt{\frac{(m + CB^2 l^2)}{k}}$ (2 μον.).

ΘΕΜΑ 4^ο

Ένα σώμα είναι περιορισμένο να κινείται στην εσωτερική επιφάνεια ενός παραβολικού μπολ του οποίου η διατομή δίνεται από την εξίσωση $z = kr^2$, όπου k θετική σταθερά. Το σώμα ξεκινά από ύψος z_0 πάνω από το χαμηλότερο σημείο του μπολ με οριζόντια ταχύτητα v_0 κατά μήκος της επιφάνειας του μπολ. Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι g .

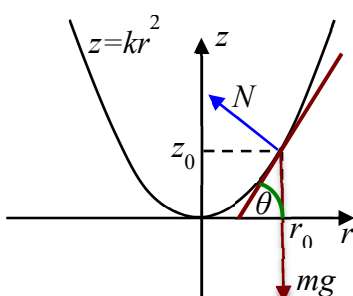


α. Για κάποια συγκεκριμένη τιμή οριζόντιας ταχύτητας v_0 , την οποία θα αναφέρουμε ως v_h , το σώμα κινείται σε οριζόντια κυκλική τροχιά. Ποια είναι η τιμή της ταχύτητας v_h συναρτήσει των g , z_0 , και/ή της σταθεράς k .

(μονάδες 4)

Το σώμα ξεκινά από ύψος z_0 ως προς το χαμηλότερο σημείο του μπολ και έστω ότι στο ύψος αυτό η ακτίνα του μπολ είναι r_0 η οποία ικανοποιεί την εξίσωση $z_0 = kr_0^2$. Έστω θ η γωνία που

σχηματίζει η εφαπτόμενη στην επιφάνεια του μπολ στο σημείο εκκίνησης με την οριζόντια διεύθυνση, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα είναι η κάθετη αντίδραση από την επιφάνεια του μπολ και το βάρος του (1 μον.).



Όταν το σώμα κινείται σε οριζόντια κυκλική τροχιά τότε η συνισταμένη των δυνάμεων στην οριζόντια διεύθυνση αποτελεί την κεντρομόλο δύναμη. Από το διπλανό σχήμα, η οριζόντια συνιστώσα της κάθετης αντίδρασης αποτελεί την κεντρομόλο δύναμη. Επομένως θα έχουμε:

$$|\Sigma F_x| = |F_c| = m \frac{v_0^2}{r_0} = N \mu \theta \quad (1)$$

Εφαρμόζοντας τον 2^ο νόμο του Newton στη κατακόρυφη διεύθυνση θα έχουμε:

$$|\Sigma F_y| = 0 \Rightarrow N_y - mg = 0 \Rightarrow mg = N \sin \theta \quad (2)$$

Διαιρώντας την (1) με τη (2) έχουμε:

$$\mu \theta = \frac{v_0^2}{gr_0} \quad \boxed{(1 \text{ μον.})} \quad (3)$$

Αλλά $\mu \theta$ είναι η κλίση της επιφάνειας του μπολ στο ύψος z_0 και επομένως ισούται με την παράγωγο της επιφάνειας $\boxed{(1 \text{ μον.})}$:

$$\mu \theta = \frac{dz}{dr} = 2kr_0 \quad (4)$$

Από τις τελευταίες δύο εξισώσεις παίρνουμε:

$$2kr_0 = \frac{v_0^2}{gr_0} \Rightarrow v_0^2 = 2kr_0^2 g \Rightarrow v_0 = \sqrt{2z_0 g} \Rightarrow v_h = \sqrt{2z_0 g} \quad \boxed{(1 \text{ μον.})} \quad (5)$$

β. Να υποθέσετε ότι η αρχική οριζόντια ταχύτητα είναι τώρα $v_0 > v_h$. Ποιο είναι το μέγιστο ύψος στο οποίο φθάνει το σώμα συναρτήσει των v_0, g, z_0 , και/ή της σταθεράς k .

(μονάδες 6)

Το σώμα ξεκινά από ύψος z_0 με ταχύτητα $v_0 > v_h$. Όταν φθάνει στο μέγιστο ύψος, z , της κίνησής του που αντιστοιχεί σε ακτίνα r , κινείται με ταχύτητα v .

Από διατήρηση της μηχανικής ενέργειας έχουμε:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgz_0 = \frac{1}{2}mv^2 + mgz \quad \boxed{(1 \text{ μον.})} \quad (6)$$

Οι δύο δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα δεν προκαλούν ροπή ως προς τον κατακόρυφο άξονα του μπολ και επομένως η στροφορμή του σώματος διατηρείται στην z -διεύθυνση. Στο μέγιστο ύψος, η ταχύτητα του σώματος είναι στην οριζόντια διεύθυνση:

$$mv_0 r_0 = mv r \quad \boxed{(1 \text{ μον.})} \quad (7)$$

Από την προηγούμενη σχέση έχουμε:

$$v = v_0 \frac{r_0}{r} \Rightarrow v = v_0 \sqrt{\frac{z_0}{z}} \quad \boxed{(1 \text{ μον.})} \quad (8)$$

Αντικαθιστούμε στην εξίσωση διατήρησης της μηχανικής ενέργειας (εξ. 6) για να πάρουμε:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgz_0 = \frac{1}{2}mv_0^2 \frac{z_0}{z} + mgz \Rightarrow v_0^2 (z - z_0) = 2gz (z - z_0) \quad \boxed{(1 \text{ μον.})} \quad (9)$$

Η παραπάνω εξίσωση έχει δύο λύσεις. Η μία λύση, $z = z_0$, αντιστοιχεί στην αρχική θέση εκκίνησης του σώματος και δεν μας ενδιαφέρει **(1 μον.)**. Η δεύτερη λύση είναι: $v_0^2 = 2gz \Rightarrow z = \frac{v_0^2}{2g}$

(1 μον.), η οποία και δίνει το μέγιστο ύψος που φθάνει το σώμα.

Να σημειωθεί ότι για $v_0 = v_h \Rightarrow z = \frac{v_h^2}{2g} = z_0$ που αντιστοιχεί στο αποτέλεσμα του προηγούμενου ερωτήματος (α), εξ. 5. Επομένως μπορούμε να καταλήξουμε στην απάντηση του προηγούμενου ερωτήματος δουλεύοντας με τον ίδιο τρόπο όπως σε αυτό το ερώτημα.

γ. Να υποθέσετε τώρα ότι το σωματίδιο ξεκινά από ύψος z_0 από το χαμηλότερο σημείο του μπολ με αρχική ταχύτητα $v_0 = 0$.

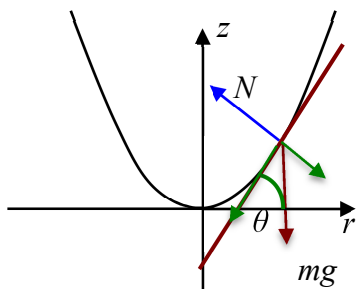
- ι. Υποθέτοντας ότι το ύψος z_0 είναι αρκετά μικρό ώστε η κίνηση να μπορεί να προσεγγισθεί σαν απλή αρμονική, να προσδιορίσετε την περίοδο της κίνησης συναρτήσει όλων ή κάποιων από τα ακόλουθα μεγέθη: τη μάζα m του σώματος, g , z_0 , και/ή της σταθεράς k .

Υπόδειξη: Μπορεί να σας φανεί χρήσιμο το γεγονός ότι για μικρές γωνίες θ , $\eta\mu\theta \approx \theta \approx \epsilon\phi\theta$ και $\sigma\upsilon\nu\theta \approx 1$.

(μονάδες 8)

Μπορούμε να λύσουμε το ερώτημα αυτό δουλεύοντας είτε με ενέργειες ή με δυνάμεις. Έστω ότι η αρχική θέση του σώματος αντιστοιχεί σε ακτίνα r και ύψος $z = kr^2$.

Θεωρούμε αρχικά τη λύση με χρήση δυνάμεων. Στο σώμα ασκούνται δύο δυνάμεις. Το βάρος του και η κάθετη αντίδραση από την επιφάνεια του μπολ. Αναλύουμε το βάρος σε δύο συνιστώσες, μία κάθετη στην επιφάνεια και μία κατά μήκος της εφαπτομένης στην επιφάνεια **(1 μον.)**.



Εφαρμόζοντας το 2ο νόμο του Newton στην εφαπτομενική

$$\sum F_{\epsilon\phi.} = ma = mg\eta\mu\theta \quad \mathbf{(1 \mu\omicron\nu.)} \quad (10)$$

Η επιτάχυνση του σώματος είναι καθαρά εφαπτομενική γιατί το σώμα είναι περιορισμένο να κινείται στο εσωτερικό της επιφάνειας του μπολ και δεν υπάρχει κεντρομόλος δύναμη στην περίπτωση αυτή.

Η επιτάχυνση στην ακτινική διεύθυνση είναι: $a_r = -a\sigma\upsilon\nu\theta$ **(1 μον.)** (11)

Το πρόσημο δηλώνει ότι η επιτάχυνση έχει φορά αντίθετη με το διάνυσμα της ακτινικής θέσης του σώματος.

Αντικατάσταση της (10) στην (11) δίνει:

$$a_r = -g\eta\mu\theta\sigma\upsilon\nu\theta \quad \mathbf{(1 \mu\omicron\nu.)} \quad (12)$$

Σύμφωνα με την άσκηση, ενδιαφερόμαστε για τις περιπτώσεις που οι αποκλίσεις από το χαμηλότερο σημείο του μπολ είναι πολύ μικρές (πολύ μικρά ύψη). Για τις περιπτώσεις αυτές η γωνία θ είναι πολύ μικρή και ισχύει:

$$\eta\mu\theta \approx \theta \approx \epsilon\phi\theta = \frac{dz}{dr} = 2kr \quad \text{και} \quad \sigma\upsilon\nu\theta \approx 1 \quad \mathbf{(1 \mu\omicron\nu.)} \quad (13)$$

Αντικατάσταση της (13) στην (12) δίνει τελικά για την ακτινική επιτάχυνση του σώματος:



$$a_r = -g \sin \theta \Rightarrow a_r = \frac{d^2 r}{dt^2} = -2g \sin \theta \quad (1 \text{ μον.}) \quad (14)$$

Μπορούμε να καταλήξουμε στο ίδιο αποτέλεσμα δουλεύοντας με ενέργειες. Η ολική μηχανική ενέργεια είναι:

$$E_{\text{μηχ.}} = \frac{1}{2} m v^2 + mgz \quad (1 \text{ μον.}) \quad (15)$$

Η ταχύτητα του σώματος, v , έχει δύο συνιστώσες, μία στην ακτινική διεύθυνση και μία στην κατακόρυφη διεύθυνση:

$$v^2 = \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 \quad (1 \text{ μον.}) \quad (16)$$

Επειδή οι περιπτώσεις που εξετάζουμε αντιστοιχούν σε μικρό z , η συνιστώσα της ταχύτητας στην κατακόρυφη διεύθυνση είναι αρκετά μικρότερη της ακτινικής συνιστώσας $\frac{dz}{dt} \ll \frac{dr}{dt}$ (1 μον.) (17)

Αντικατάσταση της (16) στην (15) θεωρώντας την παραπάνω προσέγγιση (17) δίνει:

$$E_{\text{μηχ.}} = \frac{1}{2} m \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + mgz = \frac{1}{2} m \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + mgkr^2 \quad (1 \text{ μον.}) \quad (18)$$

Εφόσον η μηχανική ενέργεια διατηρείται, η παράγωγός της ως προς τον χρόνο θα είναι μηδέν:

$$\frac{dE_{\text{μηχ.}}}{dt} = 0 = m \frac{d^2 r}{dt^2} + 2mgkr \Rightarrow \frac{d^2 r}{dt^2} + 2gkr = 0 \Rightarrow \frac{d^2 r}{dt^2} = -2gkr \quad (1 \text{ μον.}) \quad (19)$$

Το αποτέλεσμα στο οποίο καταλήγουμε χρησιμοποιώντας δυνάμεις ή ενέργεια όπως φαίνεται από τις εξ. 14 και εξ. 19 είναι το ίδιο και της μορφής:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} + 2gkr = 0 \quad (19)$$

που αντιστοιχεί στην εξίσωση κίνησης ενός απλού αρμονικού ταλαντωτή με γωνιακή συχνότητα ω που δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \quad (1 \text{ μον.}) \quad (20)$$

Επομένως η κίνηση του σώματος για μικρά ύψη από το χαμηλότερο σημείο του μολ, ξεκινώντας με μηδενική αρχική ταχύτητα αντιστοιχεί σε γραμμική ταλάντωση με θέση ισορροπίας το χαμηλότερο σημείο του μολ και με γωνιακή συχνότητα:

$$\omega = \sqrt{2kg} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\sqrt{2kg}} \quad (1 \text{ μον.}) \quad (21)$$

- ii. Υποθέτοντας ότι το ύψος z_0 δεν είναι μικρό, η περίοδος της κίνησης στην περίπτωση αυτή θα είναι μεγαλύτερη, μικρότερη ή ίση με την περίοδο της κίνησης που βρήκατε στο προηγούμενο ερώτημα; (Δεν είναι απαραίτητο να υπολογίσετε την νέα τιμή της περιόδου αναλυτικά, αλλά χρειάζεται να υποστηρίξετε την απάντησή σας με επιχειρήματα).

(μονάδες 2)



(γ-ii) Για τη λύση του προηγούμενου ερωτήματος χρησιμοποιήσαμε δύο διαφορετικές μεθοδολογίες για να καταλήξουμε στο ίδιο αποτέλεσμα. Και στις δύο μεθόδους χρησιμοποιήσαμε κάποιες προσεγγίσεις που υπαγορεύονταν λόγω της κίνησης του σώματος σε μικρά ύψη. Συγκεκριμένα στην πρώτη μέθοδο η προσέγγιση των μικρών γωνιών οδήγησε από την πλήρη εξίσωση της ακτινικής επιτάχυνσης (εξ. 12) που ισχύει για όλα τα ύψη στην προσέγγιση της εξ. 14 μικρά ύψη:

$$a_r = -g\eta\mu\theta\sigma\upsilon\nu\theta \approx -g\epsilon\phi\theta \quad (22)$$

Το αριστερό μέλος της εξίσωσης είναι πάντοτε μικρότερο από το δεξί εφόσον:

$$\eta\mu\theta\sigma\upsilon\nu\theta \leq \epsilon\phi\theta = \frac{\eta\mu\theta}{\sigma\upsilon\nu\theta} \Rightarrow \sigma\upsilon\nu^2\theta \leq 1 \quad (23)$$

Επομένως η ακτινική επιτάχυνση όπως δίνεται από την πλήρη εξίσωση είναι μικρότερη από την επιτάχυνση στην οποία καταλήγουμε για την περίπτωση των μικρών υψών και άρα το σώμα χρειάζεται μεγαλύτερο χρονικό διάστημα για να φθάσει στη θέση ισορροπίας του **(1 μον.)**.

Αντίστοιχα χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των ενεργειών, υπερεκτιμήσαμε την ακτινική συνιστώσα της ταχύτητας αγνοώντας την κατακόρυφο συνιστώσα της (εξ.16 και 17). Επομένως και πάλι το σώμα φθάνει στο σημείο ισορροπίας του πολύ πιο γρήγορα για τις περιπτώσεις των μικρών υψών σε σχέση με τις περιπτώσεις που αντιστοιχούν σε μεγαλύτερα ύψη **(1 μον.)**.

Από τα παραπάνω φαίνεται ότι η περίοδος της αρμονικής ταλάντωσης για μικρά ύψη και κάτω από τις προσεγγίσεις που κάναμε είναι μικρότερη από την περίοδο της ταλάντωσης του σώματος όταν ξεκινά από μεγάλα ύψη και χωρίς τις προσεγγίσεις, κάτι που αντιστοιχεί στην πραγματική κίνηση του σώματος **(1 μον.)**.

ΘΕΜΑ 5^ο

Μια οριζόντια μεταλλική χορδή μήκους 0,50 m και μάζας $4,48 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ είναι στερεωμένη στα δύο άκρα της. Στη χορδή εφαρμόζεται σταθερή τάση $F = 1,4 \cdot 10^2 \text{ N}$.

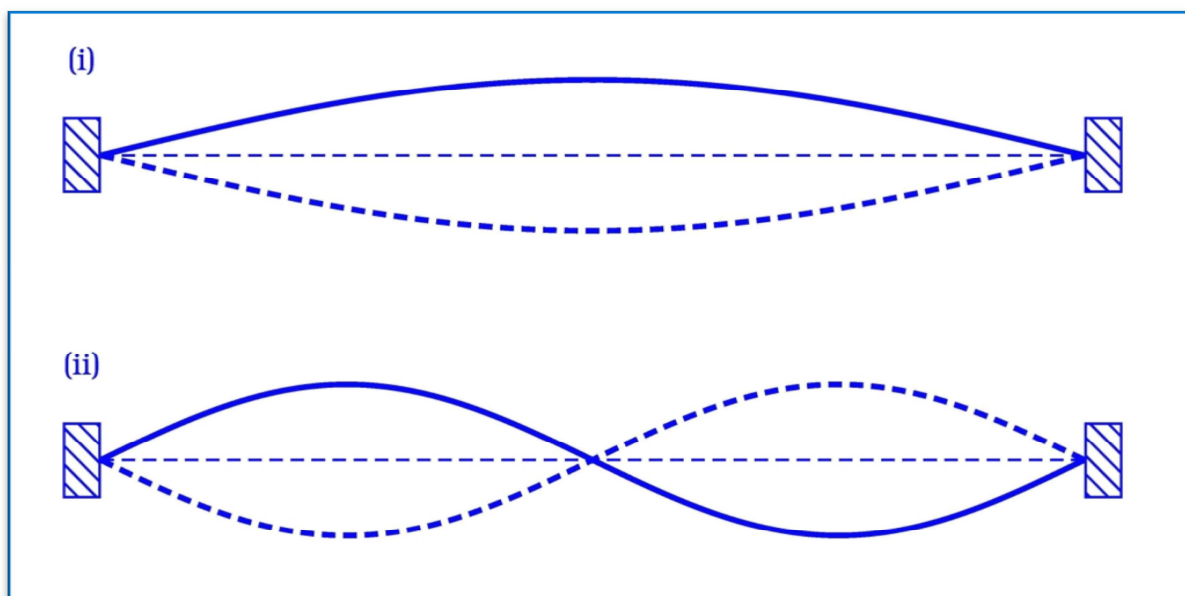
α. Να περιγράψετε την κίνηση των σωματιδίων της χορδής, όταν σε αυτήν διαδίδονται εγκάρσια κύματα (i) με τη θεμελιώδη συχνότητα της χορδής και (ii) με τη δεύτερη αρμονική συχνότητα της χορδής.

Για κάθε περίπτωση (i) και (ii) να σχεδιάσετε και την αντίστοιχη μορφή που θα έχει η χορδή.

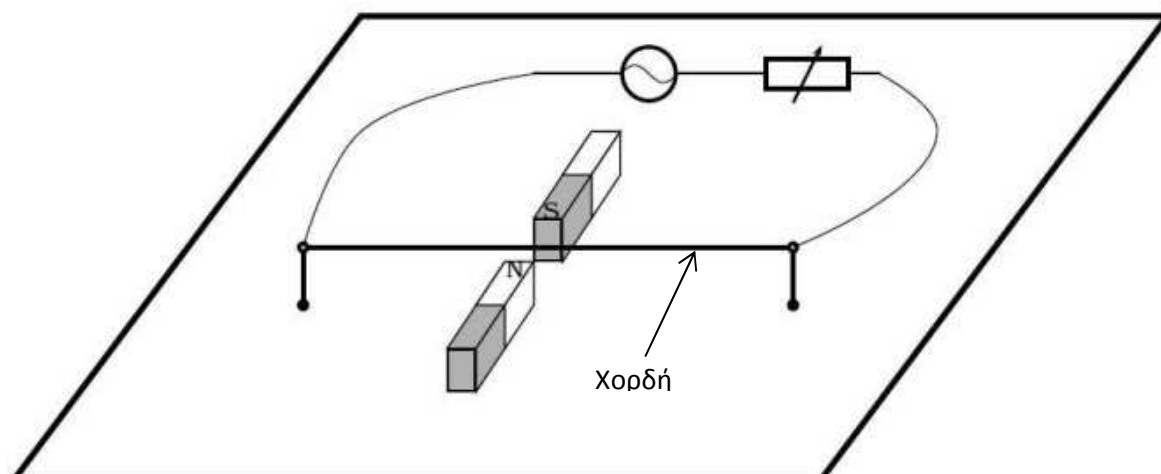
(μονάδες 6)

- (i) Στη χορδή δημιουργείται στάσιμο κύμα **(1 μον.)**. Η χορδή πάλλεται με τη θεμελιώδη της συχνότητα. Τα σωματίδια της χορδής εκτελούν ταλάντωση σε φάση **(1 μον.)**, αλλά το καθένα με το δικό του πλάτος.
- (ii) Στη χορδή δημιουργείται στάσιμο κύμα. Η χορδή πάλλεται με τη δεύτερη αρμονική συχνότητα. Στο μέσο της χορδής υπάρχει δεσμός και τα σωματίδια της χορδής εκατέρωθεν του δεσμού εκτελούν ταλάντωση με διαφορά φάσης π **(1 μον.)** και το καθένα με το δικό του πλάτος **(1 μον.)**.

Η μορφή της χορδής στις δύο αυτές περιπτώσεις φαίνεται πιο κάτω **(1 μον. για κάθε περίπτωση)**.



β. Στο μέσο της χορδής τοποθετούνται δύο μαγνήτες έτσι ώστε το μαγνητικό πεδίο που δημιουργείται από αυτούς να είναι οριζόντιο και κάθετο στη χορδή. Στα άκρα της χορδής εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση και η χορδή διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα.



- i. Να περιγράψετε τι θα παρατηρηθεί στη χορδή όταν η συχνότητα του ρεύματος αυξηθεί σταδιακά από 100 Hz σε 300 Hz. Να υποστηρίξετε την περιγραφή σας με τους κατάλληλους υπολογισμούς.

(μονάδες 9)

Όταν η χορδή διαρρέεται από ρεύμα στο τμήμα της που βρίσκεται μέσα στο μαγνητικό πεδίο θα ασκείται δύναμη Laplace **(1 μον.)**, η διεύθυνση της οποίας θα είναι κάθετη στο επίπεδο της χορδής και του μαγνητικού πεδίου **(1 μον.)**. Η φορά της θα αλλάζει με συχνότητα ίση με τη συχνότητα του εναλλασσόμενου ρεύματος **(1 μον.)**.



Στη χορδή θα διαδίδεται εγκάρσιο κύμα με συχνότητα τη συχνότητα του εναλλασσόμενου ρεύματος. Για κάποιες συχνότητες (τις αρμονικές συχνότητες της χορδής) στη χορδή θα σχηματίζεται στάσιμο κύμα **(1 μον.)**.

Για να δημιουργηθεί στάσιμο κύμα στη χορδή θα πρέπει να ισχύει η σχέση

$$l = K \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad K = 1, 2, 3, \dots \quad \textbf{(1 μον.)}$$

όπου λ είναι το μήκος του κύματος που διαδίδεται στη χορδή. Άρα, οι αρμονικές συχνότητες της χορδής είναι

$$f_K = \frac{K \cdot v}{2l} \quad \textbf{(1 μον.)}$$

όπου $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος στη χορδή και $\mu = \frac{m}{l}$ είναι η γραμμική πυκνότητα της χορδής.

Υπολογίζουμε τη θεμελιώδη συχνότητα ($K = 1$):

$$f_1 = \frac{v}{2l} = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{F \cdot l}{m}} = \frac{1}{2 \cdot 0,50} \sqrt{\frac{1,4 \cdot 10^2 \cdot 0,50}{4,48 \cdot 10^{-3}}} = 125 \text{ Hz} \quad \textbf{(2 μον.)}$$

Κατά τη μεταβολή της συχνότητας του εναλλασσόμενου ρεύματος από τα 100 Hz μέχρι τα 300 Hz θα παρατηρηθεί στάσιμο κύμα στη χορδή στις συχνότητες 125 Hz και στα 250 Hz **(1 μον.)**.

- ii. Να εξηγήσετε πώς θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί η πιο πάνω διάταξη για τον προσδιορισμό της άγνωστης συχνότητας μιας εναλλασσόμενης τάσης.

(μονάδες 5)

Εφαρμόζουμε την εναλλασσόμενη τάση στα άκρα της χορδής και στη συνέχεια μεταβάλλουμε το μήκος **(1 μον.)** ή την τάση της χορδής **(1 μον.)** μέχρι να δημιουργηθεί στάσιμο κύμα στη χορδή **(1 μον.)**. Γνωρίζοντας τη τάση της χορδής, το μήκος της και τη γραμμική της πυκνότητα και λαμβάνοντας υπ' όψιν το K που αντιστοιχεί στο στάσιμο κύμα που δημιουργήθηκε στη χορδή **(1 μον.)** μπορούμε να υπολογίσουμε τη συχνότητα από τη σχέση

$$f_K = \frac{K}{2l} \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad \textbf{(1 μον.)}$$

ΤΕΛΟΣ ΔΟΚΙΜΙΟΥ