



ΕΝΩΣΗ ΚΥΠΡΙΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ

23^Η ΠΑΓΚΥΠΡΙΑ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ (Επαναληπτικός Διαγωνισμός)

Κυριακή, 05 Απριλίου, 2009,

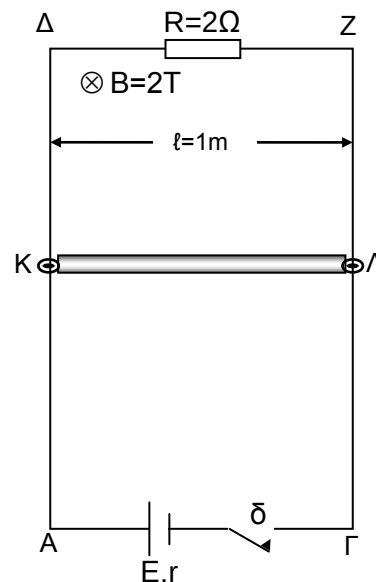
Ώρα: 10.00 - 13.00

Οδηγίες:

- 1) Το δοκίμιο αποτελείται από πέντε (5) θέματα.
- 2) Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα.
- 3) Επιτρέπεται η χρήση μόνο μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
- 4) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- 5) Επιτρέπεται η χρήση μπλε ή μαύρου μελανιού μόνο.

ΘΕΜΑ 1 (20 μονάδες)

Οι παράλληλοι και κατακόρυφοι αγωγοί ΑΔ και ΓΖ έχουν μεγάλο μήκος, αμελητέα αντίσταση και απέχουν μεταξύ τους κατά $\ell=1\text{m}$. Τα άκρα Α,Γ ενώνονται μέσω του διακόπτη δ και της πηγής $E=28\text{V}$ με εσωτερική αντίσταση $r=1\Omega$, ενώ τα άκρα Δ,Ζ ενώνονται μέσω της αντίστασης $R=2\Omega$. Ο ακίνητος αγωγός ΚΛ παρουσιάζει αντίσταση $R_1=2\Omega$, μάζα $m=2\text{kg}$ και μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές πάνω στους κατακόρυφους αγωγούς. Στο χώρο υπάρχει οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο μαγνητικής επαγωγής $B=2\text{T}$, κάθετο στο επίπεδο των αγωγών. Τη χρονική στιγμή $t=0\text{s}$ κλείνουμε το διακόπτη και αφήνουμε ελεύθερη τη ράβδο. Δίνεται: $g=10\text{m/s}^2$



Ζητούνται:

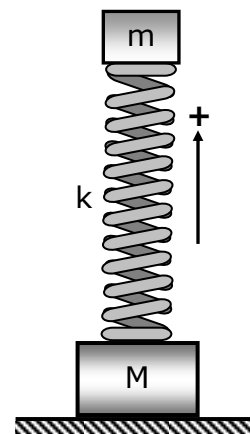
- α. Να περιγράψετε το είδος της κίνησης της ράβδου μέχρι να αποκτήσει οριακή ταχύτητα.
- β. Η οριακή ταχύτητα u_{op} που θα αποκτήσει η ράβδος.
- γ. Να επιβεβαιώσετε την αρχή διατήρησης της ενέργειας όταν η ράβδος θα έχει αποκτήσει οριακή ταχύτητα.

ΘΕΜΑ 2 (20 μονάδες)

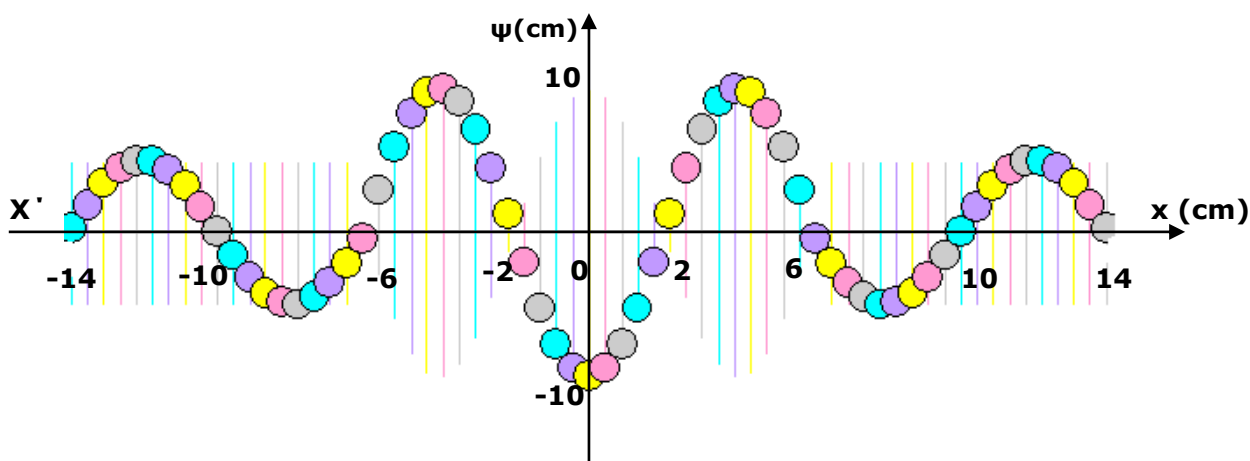
Κατακόρυφο ελατήριο, σταθεράς $K=200\text{N/m}$, έχει στο κάτω άκρο του στερεωμένο σώμα μάζας $M=5\text{kg}$ και στο άνω άκρο του ισορροπεί επίσης στερεωμένο, άλλο σώμα μάζας $m=3\text{kg}$. Το σώμα μάζας M είναι τοποθετημένο σε οριζόντιο δάπεδο, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Κάποια στιγμή, το σώμα μάζας m , εκρήγνυται και διασπάται σε δύο τμήματα Α και Β, με μάζες $m_A=2m_B$. Το τμήμα Α αμέσως μετά τη διάσπαση, παραμένει δεμένο στο ελατήριο και κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω, συσπειρώνοντας το ελατήριο κατά 10cm επιπλέον της αρχικής του συσπείρωσης. Οι τριβές και η αντίσταση του αέρα θεωρούνται αμελητέες. Δίνεται: $g=10\text{m/s}^2$

Ζητούνται:

- Η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του σώματος m_A .
- Να διερευνηθεί αν το σώμα μάζας M θα χάσει την επαφή του με το δάπεδο κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του σώματος m_A .
- Το μέγιστο ύψος πάνω από την αρχική θέση ισορροπίας του σώματος μάζας m , στο οποίο θα φτάσει το σώμα m_B .

**ΘΕΜΑ 3 (20 μονάδες)**

Στο παρακάτω σχήμα παριστάνεται το στιγμιότυπο ενός στάσιμου κύματος που δημιουργείται κατά μήκος ομογενούς ελαστικής χορδής απείρου μήκους, $x'Ox$:



Το στάσιμο κύμα δημιουργείται από τη συμβολή δύο γραμμικών, αρμονικών κυμάτων, ίδιου πλάτους και συχνότητας, που διαδίδονται σε αντίθετες κατευθύνσεις πάνω στον άξονα $x'Ox$. Η συμβολή των δύο κυμάτων ξεκίνησε τη στιγμή $t=0\text{s}$, κατά την οποία τα δύο κύματα έφτασαν ταυτόχρονα στην αρχή $x=0$ του άξονα $x'Ox$, και το παραπάνω στιγμιότυπο αναφέρεται στη χρονική στιγμή $t_1=3\text{s}$.

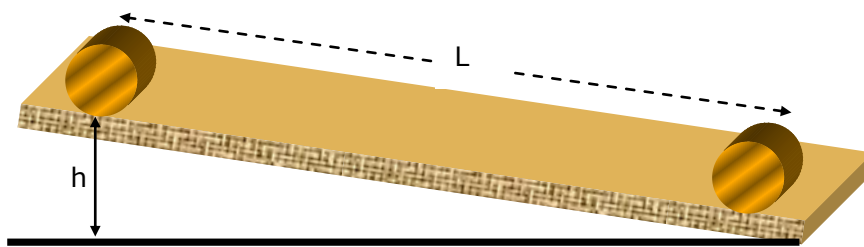
Ζητούνται:

- Η εξίσωση του στάσιμου κύματος καθώς και των κυμάτων που το δημιουργούν, αν είναι γνωστό ότι οι πηγές άρχισαν την ταλάντωσή τους με φορά προς τα πάνω.
- Η ολική ενέργεια της ταλάντωσης ενός υλικού σημείου, μάζας $m=2\text{g}$, που βρίσκεται στη θέση $x=7\text{cm}$, τις χρονικές στιγμές $t_1=3\text{s}$ και $t_2=6\text{s}$.
- Η διαφορά φάσης δύο σημείων Α και Β στις θέσεις $x_A=11\text{cm}$ και $x_B=8\text{cm}$ τις χρονικές στιγμές του ερωτήματος (β).
- Η γραφική παράσταση απομάκρυνσης-χρόνου $\Psi=f(t)$, σε βαθμολογημένους άξονες, του σημείου $x=6\text{cm}$ για το χρονικό διάστημα $0\text{s} \leq t \leq 5\text{s}$.
- Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t_3=5\text{s}$.

ΘΕΜΑ 4 (20 μονάδες)

Για τη μέτρηση της ροπής αδράνειας ομογενούς κυλίνδρου στο εργαστήριο χρησιμοποιούμε κεκλιμένο επίπεδο με δυνατότητα μεταβολής της κλίσης του, χάρακα, χρονόμετρο, μεταλλικό κύλινδρο και ζυγό. Θεωρούμε ότι κατά τη κίνησή του, ο κύλινδρος κυλίνεται χωρίς να ολισθαίνει, εκτελεί ομαλή επιταχυνόμενη κίνηση και δεν έχει απώλειες ενέργειας.

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η πειραματική μας διάταξη.



Δίνονται:

Το μήκος του κεκλιμένου επιπέδου, $L=1\text{m}$, η μάζα του κυλίνδρου $m=1\text{ kg}$, η ακτίνα του $R=0,025\text{m}$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=9,8\text{ m/s}^2$.

Εκτέλεση του πειράματος - Μετρήσεις

1. Μετρούμε το ύψος h .
2. Αφήνουμε ελεύθερο τον κύλινδρο να κινηθεί και μετρούμε το χρόνο που χρειάζεται για να διανύσει το μήκος L του κεκλιμένου επιπέδου.
3. Επαναλαμβάνουμε την προηγούμενη διαδικασία για διάφορες τιμές του ύψους h .

Από τις μετρήσεις συμπληρώσαμε τον πιο κάτω πίνακα τιμών.

$h\text{ (m)}$	$t\text{ (s)}$	$a\text{ (m/s}^2\text{)}$
0,02	4,47	
0,05	2,58	
0,07	2,23	
0,08	2,00	

Ζητούνται:

α. Να υπολογίσετε τις τιμές της επιτάχυνσης a , του κέντρου μάζας του κυλίνδρου και να συμπληρώσετε τον πίνακα μετρήσεων.

β. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση $a=f(h)$ με βάση τις τιμές του πίνακα.

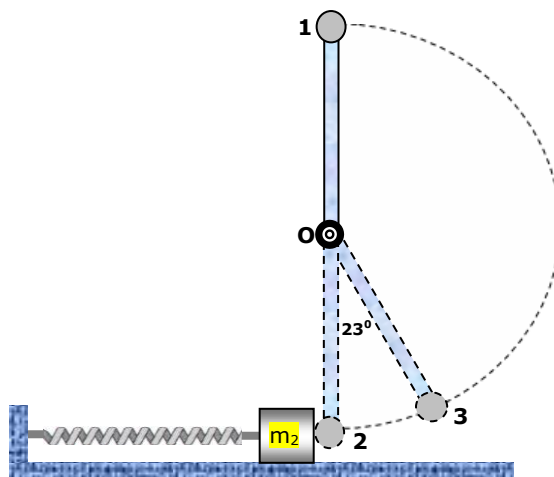
Να προτείνετε μέθοδο υπολογισμού της ροπής αδράνειας του κυλίνδρου, με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης και της μαθηματικής σχέσης που συνδέει την επιτάχυνση με το ύψος.

γ. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του κυλίνδρου θεωρητικά, με τη βοήθεια της σχέσης $I_0 = \frac{1}{2} mR^2$ και το επί τοις εκατό (%) σφάλμα της τιμής που βρέθηκε πειραματικά.

ΘΕΜΑ 5 (20 μονάδες)

Η ομογενής ράβδος μήκους $L=2\text{m}$ και μάζας $M=6\text{kg}$ του σχήματος, μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από οριζόντιο άξονα που είναι κάθετος στη ράβδο και περνά από το ένα άκρο της O . Στο άλλο άκρο της ράβδου είναι προσκολλημένη μάζα $m=2\text{kg}$. Αρχικά η ράβδος βρίσκεται στη κατακόρυφη θέση (1) και αφήνεται ελεύθερη να κινηθεί.

Όταν το σύστημα φτάσει στην κάτω κατακόρυφη θέση του (2), συγκρούεται με σώμα μάζας $m_2=9,6\text{kg}$ και γυρνά προς τα πίσω φτάνοντας σε μια ακραία θέση (3) όπου σχηματίζει γωνία 23° με την κατακόρυφο. Η μάζα m_2 είναι στερεωμένη στην άκρη οριζώντιου ελατηρίου σταθεράς $K=960\text{ N/m}$ που βρίσκεται στο φυσικό του μήκος.



Δίνονται: $\sin 23^\circ = 0,92$, $g = 10\text{m/s}^2$, ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το O : $I = \frac{1}{3}ML^2$

Ζητούνται:

- α.** Η ροπή αδράνειας του συστήματος (ράβδος – μάζα m) ως προς τον άξονα O .
- β.** Η γωνιακή ταχύτητα του συστήματος στην κατώτερη θέση (2) πριν τη σύγκρουση.
- γ.** Το ποσοστό της μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συστήματος (ράβδος – μάζα m) κατά τη διάρκεια της κρούσης.
- δ.** Το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα μάζας m_2 .
- ε.** Ο χρόνος μετά την κρούση, που το ελατήριο θα ξαναβρεθεί για πρώτη φορά στο φυσικό του μήκος, θεωρώντας ότι η ράβδος δεν συγκρούεται ξανά στο σώμα m_2 .
- στ.** Η γραφική παράσταση απομάκρυνσης-χρόνου $\psi=f(t)$ της μάζας m_2 για χρόνο μιας περιόδου της ταλάντωσης.

ΕΝΩΣΗ ΚΥΠΡΙΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ

23^Η ΠΑΓΚΥΠΡΙΑ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ (Επαναληπτικός Διαγωνισμός)

Κυριακή, 05 Απριλίου, 2009,

Ώρα: 10.00 - 13.00

Προτεινόμενες Λύσεις

ΘΕΜΑ 1 (20 μονάδες)

α. Είδος κίνησης ράβδου:

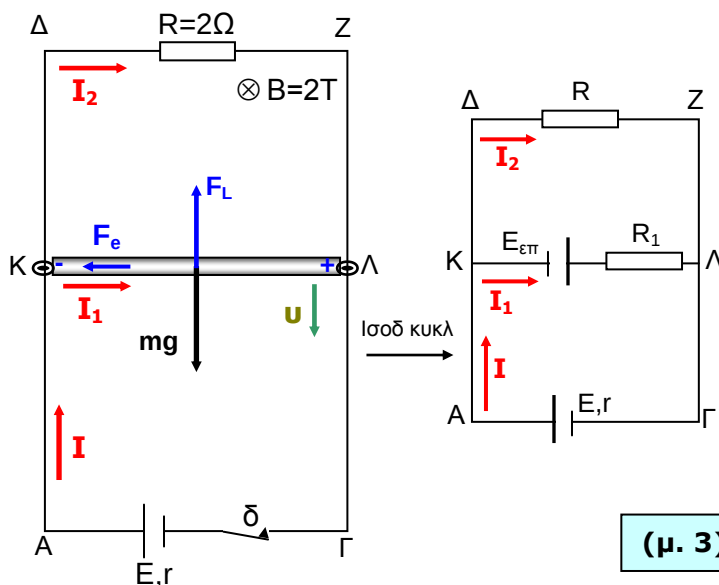
Τη χρονική στιγμή $t=0s$ η ράβδος αφήνεται ελεύθερη και κλείνει το κύκλωμα οπότε διαρρέεται από ρεύμα I_1 . Στη ράβδο τότε ασκούνται το βάρος της $mg=20N$ και η δύναμη Laplace $F_L=B \cdot I_1 \cdot \ell$ με αντίθετη κατεύθυνση και με μέτρο που υπολογίζεται ως εξής:

$$I = \frac{E}{R_{ολ}} \text{ όπου } R_{ολ} = r + \frac{R \cdot R_1}{R + R_1} = 2\Omega \Rightarrow$$

$$I = \frac{28}{2} = 14A, \text{ αλλά } I = I_1 + I_2 = 14A \text{ και}$$

$$I_1 = I_2 \Rightarrow I_1 = I_2 = 7A. \text{ Επομένως}$$

$$F_L = B \cdot I_1 \cdot \ell \Rightarrow F_L = 2 \cdot 7 \cdot 1 = 14N \text{ και } mg > F_L.$$



(μ. 3)

Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα η ράβδος να αρχίσει να επιταχύνεται προς τα κάτω και θα ισχύει:

$$\Sigma F = m \cdot a \Rightarrow mg - F_L = m \cdot a \Rightarrow mg - B \cdot I_1 \cdot \ell = m \cdot a$$

Στα άκρα της ράβδου θα εμφανιστεί λόγω του νόμου του Faraday, επαγωγική τάση με το άκρο K αρνητικό και το άκρο Λ θετικό. Το γεγονός αυτό έχει σαν αποτέλεσμα η ράβδος να διαρρέεται από ρεύμα μεγαλύτερης έντασης. Το αποτέλεσμα τελικά είναι η αύξηση του μέτρου της δύναμης Laplace. Αυτό θα συμβαίνει μέχρι η F_L να γίνει ίσου μέτρου και αντίθετης κατεύθυνσης με το βάρος της ράβδου. Η συνισταμένη δύναμη στη ράβδο θα ισούται τότε με $\Sigma F = 0$.

Η κίνηση της ράβδου θα είναι αρχικά επιταχυνόμενη, με επιτάχυνση που μειώνεται συνεχώς και όταν η συνισταμένη δύναμη που θα ασκείται στη ράβδο μηδενιστεί, θα κινείται με ομαλή ευθύγραμμη κίνηση με σταθερή, οριακή ταχύτητα.

(μ. 4)



β. Οριακή ταχύτητα ράβδου:

Οριακή ταχύτητα αποκτά η ράβδος όταν $\Sigma F = mg - F_L = 0 \Rightarrow B \cdot I_1 \cdot \ell = mg \Rightarrow I_1 = 10A$

Από το ισοδύναμο κύκλωμα έχουμε: $I = I_1 + I_2 \Rightarrow I = 10 + I_2$ (1)

Για το κύκλωμα ισχύει: $V_{AZ} = V_{KL} = V_{AT} \Rightarrow I_2 R = I_1 R_1 - E_{επ} = E - Ir \Rightarrow I_2 R = I_1 R_1 - B \cdot \ell \cdot v_{op} = E - Ir$,

$I_2 R = E - Ir \Rightarrow$ και σε συνδιασμό με τη σχέση (1) $2I_2 = 28 - 10 - I_2 \Rightarrow I_2 = 6A$

$$2I_2 = 20 - 2 \cdot v_{op} \Rightarrow v_{op} = \frac{20 - 2 \cdot 6}{2} = \frac{8}{2} \Rightarrow v_{op} = 4m/s$$

(μ. 7)

γ. Επιβεβαίωση της αρχής διατήρησης της ενέργειας:

Από τη στιγμή που η ράβδος θα αποκτήσει οριακή ταχύτητα και μετά, στο κύκλωμα προσφέρεται ενέργεια από την πηγή E και μηχανική ενέργεια λόγω μεταβολής της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας της ράβδου. Η προσφερόμενη ενέργεια μετατρέπεται σε θερμότητα στις αντιστάσεις του κυκλώματος εφόσον η κινητική ενέργεια της ράβδου θα παραμένει σταθερή.

(μ. 1)

Η ενέργεια ανά μονάδα χρόνου που καταναλώνεται λόγω φαινομένου Joule στις αντιστάσεις του κυκλώματος όταν η ράβδος αποκτήσει οριακή ταχύτητα είναι:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = I^2 \cdot r + I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R = 16^2 \cdot 1 + 10^2 \cdot 2 + 6^2 \cdot 2 = 256 + 200 + 72 \Rightarrow \frac{\Delta Q}{\Delta t} = 528J/s$$

(μ. 2)

Ο ρυθμός μεταβολής της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας που προσφέρεται από τη ράβδο στο κύκλωμα είναι:

$$\frac{\Delta E_{\delta βαρ}}{\Delta t} = mgv_{op} = 2 \cdot 10 \cdot 4 \Rightarrow \frac{\Delta E_{\delta βαρ}}{\Delta t} = 80J/s$$

(μ. 1)

Η ηλεκτρική ενέργεια ανά μονάδα χρόνου που προσφέρει η πηγή στο κύκλωμα είναι:

$$\frac{\Delta W_{\eta λ}}{\Delta t} = E \cdot I = 28 \cdot 16 \Rightarrow \frac{\Delta W_{\eta λ}}{\Delta t} = 448J/s$$

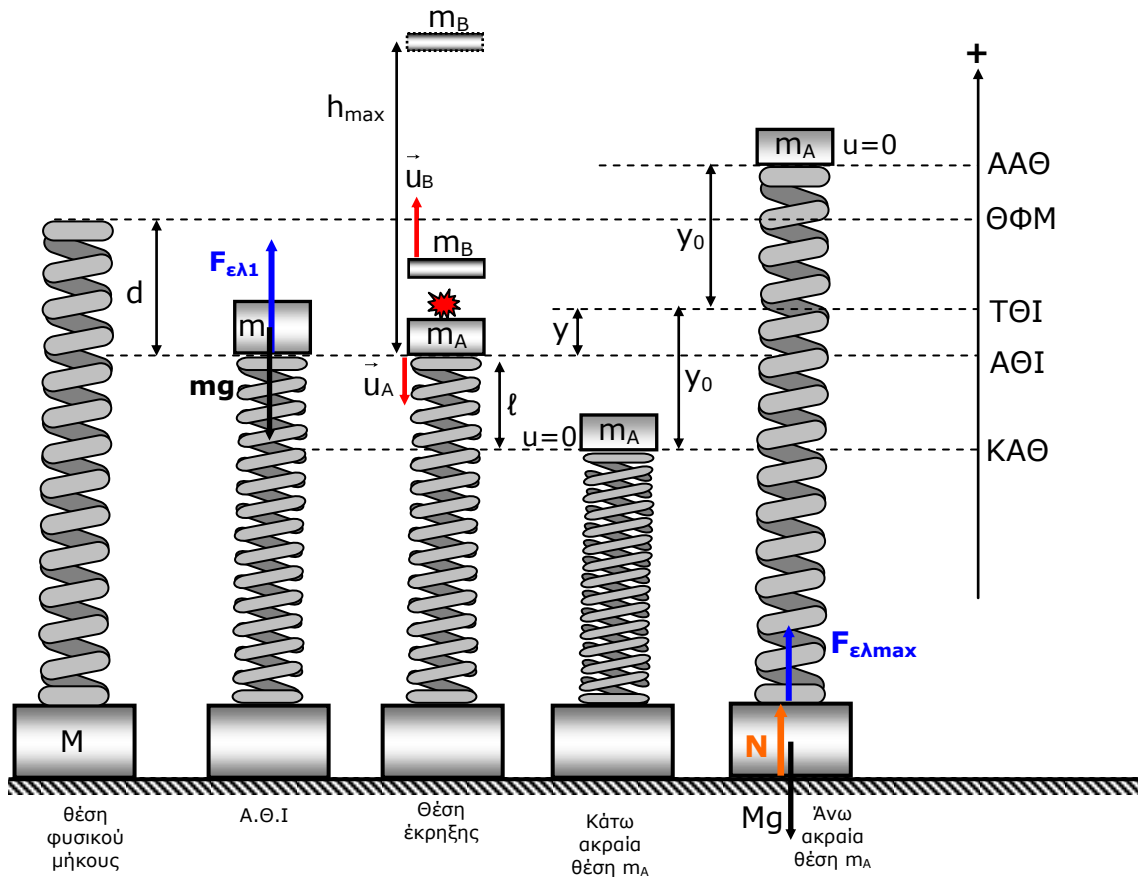
(μ. 1)

$$\frac{\Delta W_{\eta λ}}{\Delta t} + \frac{\Delta E_{\delta βαρ}}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

 $\Rightarrow$

Αρχή διατήρησης της ενέργειας

(μ. 1)

ΘΕΜΑ 2 (20 μονάδες)**α. Εξίσωση απομάκρυνσης σώματος m_A**

Μετά την έκρηξη το σώμα m_A εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση με τελική θέση ισορροπίας (ΤΘΙ) η οποία θα ανέβει κατά y πάνω από την αρχική θέση ισορροπίας εξ αιτίας της αποχώρησης της μάζας m_B . Το ελατήριο δηλαδή θα ανέβει (αποσυσπειρωθεί) κατά y όπου

$$y = \frac{m_B \cdot g}{k} = \frac{1 \cdot 10}{200} \Rightarrow y = 0,05\text{m}$$

(μ. 1)

Το πλάτος y_0 της ταλάντωσης θα είναι είναι ίσο με $y_0 = y + \ell = 0,05 + 0,1 = 0,15\text{m}$

(μ. 2)

Η κυκλική συχνότητα είναι: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_A}} = \sqrt{\frac{200}{2}} \Rightarrow \omega = 10\text{rad/s}$

(μ. 1)

Τη χρονική στιγμή $t=0\text{s}$, το σώμα m_A έχει απομάκρυνση $y=-0,05\text{m}$ από τη θέση ισορροπίας και αρνητική ταχύτητα διότι κινείται προς τα κάτω. Η εξίσωση της ταλάντωσης του συστήματος ελατήριο-μάζα m_A είναι:

$$y = y_0 \eta\mu(\omega t + \phi_0) \Rightarrow -0,05 = 0,15 \eta\mu(\phi_0) \Rightarrow \phi_0 = -0,339\text{rad}(\alpha\text{πορ}) \quad \text{ή}$$

(μ. 2)

$$\phi_0 = 1,108\pi\text{rad} = 3,48\text{rad}(\Delta\epsilon\kappa\tau\eta) \quad \text{Τελικά προκύπτει ότι: } y = 0,15 \eta\mu(10t + 3,48)$$

(μ. 1)


β. Διερεύνηση αν το σώμα Μ χάνει επαφή κατά την ταλάντωση του m_A

Το σώμα βρίσκεται αρχικά σε μια αρχική θέση ισορροπίας (ΑΘΙ), στην οποία το ελατήριο είναι συσπειρωμένο κατά d από τη θέση φυσικού μήκους (ΘΦΜ).

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{ελ1} = mg \Rightarrow d = \frac{mg}{k} \Rightarrow \boxed{d = 0,15m}$$

(μ. 1)

Στο σώμα μάζας M ασκείται από το ελατήριο η μέγιστη δυνατή δύναμη $F_{ελmax}$ με φορά προς τα πάνω, όταν το σώμα A βρίσκεται στην πάνω ακραία θέση, η οποία είναι πιο πάνω από τη θέση φυσικού μήκους (ΘΦΜ) του ελατηρίου κατά απόσταση $y_0 + y - d = 0,15 + 0,05 - 0,15 = 0,05m$.

(μ. 2)

$$\text{Επομένως } F_{ελmax} = k(y_0 + y - d) = 200 \cdot 0,05 \Rightarrow \boxed{F_{ελmax} = 10N}$$

(μ. 2)

Για το σώμα ισχύει: $N + F_{ελ} = Mg$ και θα έχανε την επαφή του με το δάπεδο αν ήταν $N=0$, δηλ αν $F_{ελ} = Mg = 50N$. Αυτό δεν ισχύει αφού $F_{ελmax} = 10N$, άρα δεν χάνει επαφή.

(μ. 2)

γ. Υπολογισμός μέγιστου ύψους

Η ταχύτητα του τμήματος A αμέσως μετά την έκρηξη υπολογίζεται από την αρχή διατήρησης της ενέργειας της ταλάντωσης:

$$\frac{1}{2} \cdot m_A u_A^2 + \frac{1}{2} \cdot k y^2 = \frac{1}{2} k y_0^2 \Rightarrow u_A = \sqrt{\frac{k(y_0^2 - y^2)}{m_A}} = \sqrt{\frac{200(0,15)^2 - 0,05^2}{2}} \Rightarrow \boxed{u_A = \sqrt{2}m/s}$$

(μ. 2)

με φορά προς τα κάτω.

Από την αρχή διατήρησης της ορμής κατά την έκρηξη υπολογίζεται η ταχύτητα του τμήματος m_B :

$$\vec{P}_{αρχ} = \vec{P}_{τελ} \Rightarrow 0 = m_A \cdot \vec{u}_A + m_B \cdot \vec{u}_B \Rightarrow 0 = -2\sqrt{2} + 1 \cdot u_B \Rightarrow \boxed{u_B = +2\sqrt{2}m/s}$$

(μ. 2)

Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για την κίνηση του σώματος m_B στον αέρα ισχύει:

$$\frac{1}{2} m_B u_B^2 = mgh_{max} \Rightarrow h_{max} = \frac{u_B^2}{2g} \Rightarrow h_{max} = \frac{(2\sqrt{2})^2}{20} \Rightarrow \boxed{h_{max} = 0,4m}$$

(μ. 2)

**ΘΕΜΑ 3 (20 μονάδες)****α. Εξίσωση στάσιμου κύματος:**

Η εξίσωση του στάσιμου κύματος με σημείο αναφοράς $x=0$ το σημείο Ο (κοιλία) είναι:

$$y = 2y_0 \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \cdot \eta \mu \frac{2\pi t}{T}$$

$$2y_0 = 10\text{cm} \Rightarrow y_0 = 5\text{cm}$$

$$\frac{\lambda}{2} = 4\text{cm} \Rightarrow \lambda = 8\text{cm} \quad \Rightarrow$$

$$v = \frac{x}{t_1} = \frac{6}{3} = 2\text{m/s}$$

$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{8}{2} = 4\text{s}$$

$$y = 10 \sin \frac{\pi x}{4} \eta \mu \frac{\pi t}{2}$$

$$y, x \rightarrow \text{cm}, t \rightarrow \text{s}$$

(μ. 3)

Τα δύο κύματα που το δημιούργησαν έχουν εξισώσεις:

$$y_1 = y_0 \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) = 5 \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{4} - \frac{x}{8} \right)$$

$$y_2 = y_0 \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right) = 5 \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{4} + \frac{x}{8} \right) \quad y, x \rightarrow \text{cm}, t \rightarrow \text{s}$$

(μ. 1)**β. Ενέργεια του υλικού σημείου $x=7\text{cm}$ τις χρονικές στιγμές $t_1=3\text{s}$ και $t_2=6\text{s}$**

Για $t_1=3\text{s}$ δεν άρχισε η συμβολή στο σημείο $x=7\text{cm}$, άρα το πλάτος ταλάντωσης είναι 5cm.

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 y_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \frac{\pi^2}{4} 25 \cdot 10^{-4} \Rightarrow E = 6,25 \cdot 10^{-6} \text{J}$$

(μ. 2)

Για $t=6\text{s}$ το στάσιμο κύμα κάλυψε απόσταση u_2 και καταλαμβάνει έκταση από -12cm μέχρι +12cm άρα άρχισε η συμβολή στη θέση $x=7\text{cm}$. Το πλάτος ταλάντωσης του υλικού αυτού σημείου είναι:

$$y'_0(x) = 2y_0 \sin \frac{2\pi x}{\lambda} = 10 \sin \frac{2\pi 7}{8} = 10 \sin \frac{7\pi}{4} = 10 \frac{\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}\text{cm} = 7,07 \cdot 10^{-2}\text{m}$$

(μ. 2)

Επομένως η ενέργεια είναι:

$$E' = \frac{1}{2} m \omega^2 y_0'^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \frac{\pi^2}{4} 50 \cdot 10^{-4} \Rightarrow E' = 12,5 \cdot 10^{-6} \text{J}$$

(μ. 1)**γ. Διαφορά φάσης**

Για $t_1=3\text{s}$ το στάσιμο κύμα εκτείνεται από -6m έως +6m διότι $x=ut_1=2 \cdot 3=6\text{m}$. Επομένως στα σημεία Α και Β επικρατεί κατάσταση τρέχοντος κύματος. Η διαφορά φάσης των δύο σημείων δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x = \frac{2\pi}{8} (11 - 8) = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \Delta\phi = 0,75\pi \text{ rad}$$

(μ. 2)



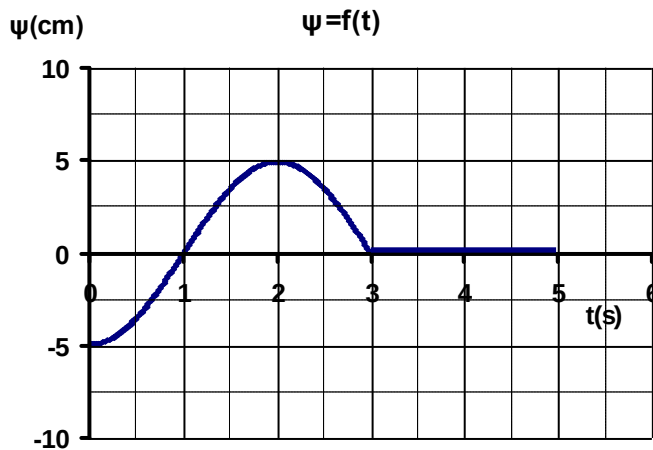
Για $t_2=6\text{s}$ το στάσιμο κύμα εκτείνεται από -12m έως $+12\text{m}$ διότι $x=ut_2=2.6=12\text{m}$. Επομένως στα σημεία Α και Β επικρατεί κατάσταση στάσιμου κύματος με κοιλίες τα σημεία $4\text{m}, 8\text{m}, 12\text{m}$ και δεσμούς τα σημεία $2\text{m}, 6\text{m}, 10\text{m}$. Τα σημεία Α και Β διαφέρουν απόσταση $\Delta x=3\text{m}$ και βρίσκονται εκατέρωθεν του δεσμού ($x=10\text{m}$).

Άρα

$$\Delta\phi = \pi \text{ rad}$$

(μ. 2)

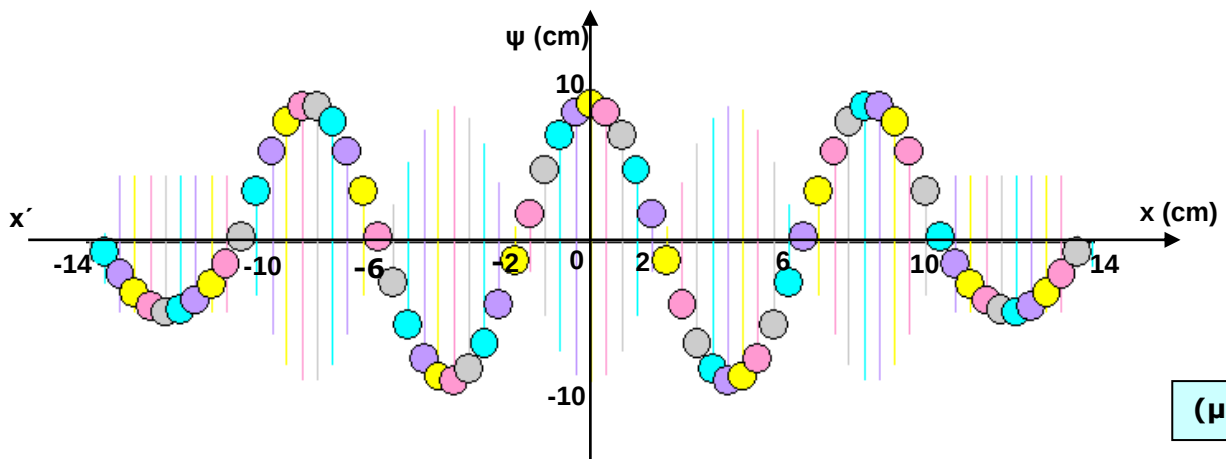
δ. Διάγραμμα $\psi=f(t)$ του σημείου $x=6\text{cm}$ για $0\text{s} \leq t \leq 5\text{s}$:



(μ. 3)

ε. Στιγμιότυπο του κύματος

Το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t_3=5\text{s}$ είναι:



(μ. 4)

**ΘΕΜΑ 4 (20 μονάδες)**

α. Υπολογισμός τιμών
συμπλήρωση πίνακα:

Κατά την κίνησή του ο
επιταχυνόμενη κίνηση και

$$L = \frac{1}{2} \alpha t^2 \Rightarrow \alpha = \frac{2L}{t^2} \text{ από την}$$

επιτάχυνση και συμπληρώνουμε τον πίνακα.

h (m)	t (s)	a (m/s ²)
0,02	4,47	0,1
0,05	2,58	0,3
0,07	2,23	0,4
0,08	2,00	0,5

επιτάχυνσης και

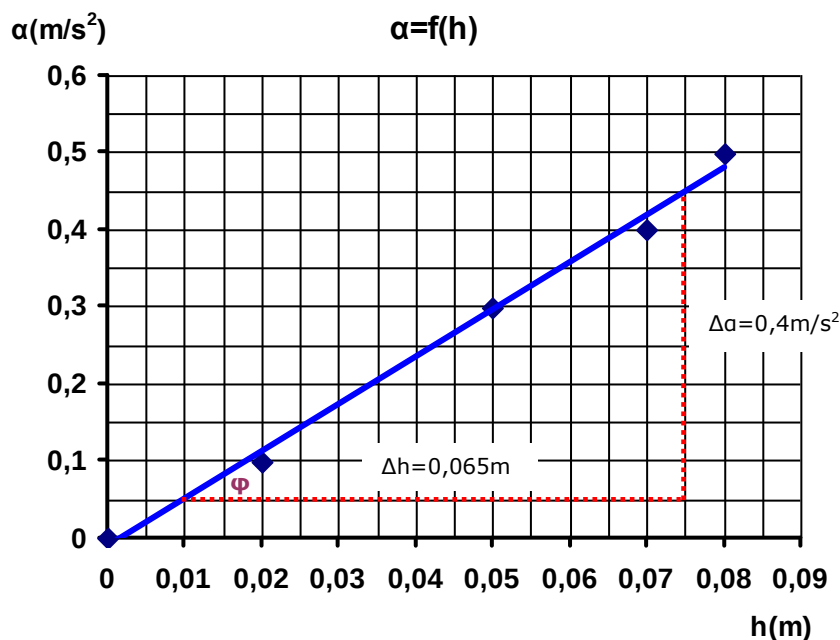
κύλινδρος εκτελεί ομαλή
ισχύει η σχέση:

οποία υπολογίζουμε την

Πίνακας

(μ. 2)

β. Γραφική παράσταση $a = f(h)$ και πειραματικός υπολογισμός της ροπής αδράνειας του κυλίνδρου:



(μ. 4)

$$\text{Η κλίση της γραφικής είναι ίση με } \epsilon\phi\phi = \frac{\Delta a}{\Delta h} = \frac{0,4}{0,065} \Rightarrow \epsilon\phi\phi = 6,15$$

(μ. 2)

Από το Θεώρημα Διατήρησης της Μηχανικής ενέργειας για την κίνηση του κυλίνδρου:

$$E_{\text{ΜΗΧ}(1)} = E_{\text{ΜΗΧ}(2)}$$

$$mgh = \frac{1}{2} I \omega^2 + \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow mgh = \frac{1}{2} I \frac{v^2}{R^2} + \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow mgh = \frac{1}{2} I \frac{2\alpha L}{R^2} + \frac{1}{2} m \cdot 2\alpha L$$

7

$$\Rightarrow mgh = \alpha \left(\frac{I L}{R^2} + m L \right) \Rightarrow$$



$$\alpha = \frac{mg}{L(m + \frac{I}{R^2})} \cdot h$$

(μ. 6)

Από τη σχέση αυτή παρατηρούμε ότι η κλίση της γραφικής μας είναι:

$$\frac{mg}{L(m + \frac{I}{R^2})} = \varepsilon\phi\phi \Rightarrow I = mR^2 \left(\frac{g}{L\varepsilon\phi\phi} - 1 \right) \Rightarrow I = 1.625 \cdot 10^{-6} \left(\frac{9,8}{6,15} - 1 \right)$$

$$\Rightarrow I = 3,7 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2$$

(μ. 2)

γ. Υπολογισμός θεωρητικής τιμής ροπής αδράνειας κυλίνδρου και (%) σφάλμα:

Η θεωρητική τιμή υπολογίζεται από τη σχέση:

$$I_0 = \frac{1}{2} mR^2 = \frac{1}{2} \cdot 1.0,025^2 \Rightarrow I_0 = 3,125 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2$$

(μ. 1)

Το % σφάλμα είναι: $\frac{\Delta I}{I_0} = \left| \frac{I_{\text{πειρ}} - I_0}{I_0} \right| \cdot 100\% \Rightarrow \frac{\Delta I}{I_0} = 18,4\%$

(μ. 3)

ΘΕΜΑ 5 (20 μονάδες)

α. Ροπή αδράνειας:

$$I = I_p + I_m = \frac{ML^2}{3} + mL^2 = \frac{1}{3} \cdot 6.2^2 + 2.2^2 \Rightarrow I = 16 \text{ kgm}^2$$

(μ. 2)

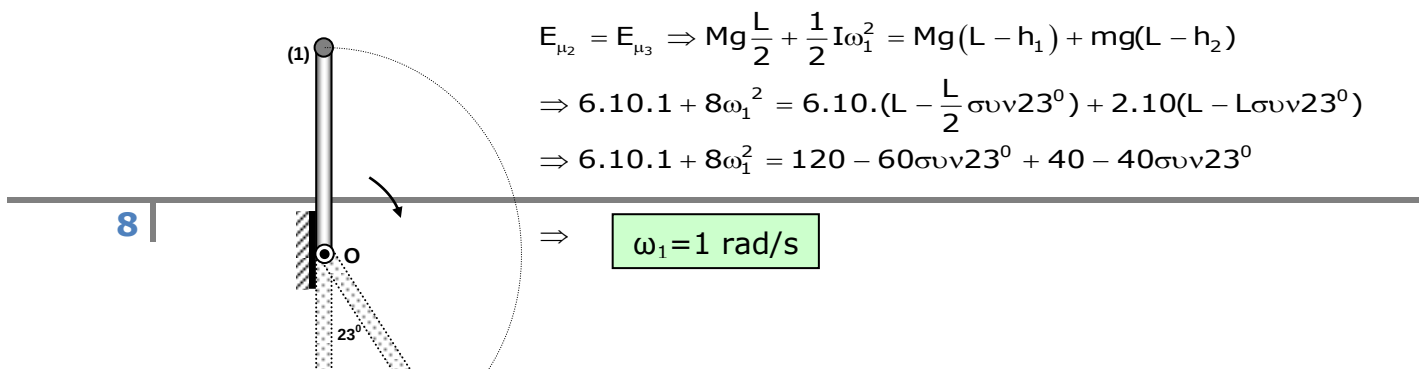
β. Γωνιακή ταχύτητα συστήματος στην κατώτερη θέση:

$$E_{\mu_1} = E_{\mu_2} \Rightarrow Mg \frac{3L}{2} + 2mgL = Mg \frac{L}{2} + \frac{1}{2} I \omega^2 \Rightarrow 6 \cdot 10 \cdot 3 \frac{2}{2} + 2 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 2 = 6 \cdot 10 \cdot \frac{2}{2} + \frac{1}{2} 16 \omega^2$$

$$\Rightarrow \omega = 5 \text{ rad/s}$$

(μ. 3)

γ. Ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας:



$$E_{\mu_2} = E_{\mu_3} \Rightarrow Mg \frac{L}{2} + \frac{1}{2} I \omega_1^2 = Mg(L - h_1) + mg(L - h_2)$$

$$\Rightarrow 6 \cdot 10 \cdot 1 + 8 \omega_1^2 = 6 \cdot 10 \cdot (L - \frac{L}{2} \sin 23^\circ) + 2 \cdot 10 (L - L \sin 23^\circ)$$

$$\Rightarrow 6 \cdot 10 \cdot 1 + 8 \omega_1^2 = 120 - 60 \sin 23^\circ + 40 - 40 \sin 23^\circ$$

$$\Rightarrow \omega_1 = 1 \text{ rad/s}$$



(μ. 4)

$$\Delta E_k = \frac{1}{2} I \omega^2 - \frac{1}{2} I \omega_1^2 = \frac{1}{2} 16 \cdot 5^2 - \frac{1}{2} 16 \cdot 1^2 = 192 \text{ J}$$

$$\pi\%(\Delta E_k) = \frac{\Delta E_k}{E_{\kappa_{\text{αρχ}}}} \cdot 100\% = \frac{192}{\frac{1}{2} I \omega^2} \cdot 100\% = \frac{192}{200} \cdot 100\%$$

$$\Rightarrow \text{ποσοστό απώλειας} = 96\%$$

(μ. 3)

δ. Πλάτος ταλάντωσης μετά την κρούση:

Αρχή διατήρησης στροφορμής του συστήματος και της μάζας m_2 κατά την κρούση.

$$L_\pi = L_\mu \Rightarrow -I\omega = +I\omega_1 + m_2 L V \Rightarrow -16 \cdot 5 = 16 \cdot 1 + 9,6 \cdot 2 \cdot V \Rightarrow V = -5 \text{ m/s}$$

(μ. 3)

Η κρούση γίνεται στη θέση ισορροπίας άρα $V = V_0$. Επομένως

$$E_{\text{ολ.ταλ.}} = \frac{1}{2} k x_0^2 = \frac{1}{2} m_2 V^2 \Rightarrow 960 x_0^2 = 9,6 \cdot 5^2 \Rightarrow x_0 = 0,5 \text{ m}$$

(μ. 2)

ε. Χρόνος που θα ξαναβρεθεί για πρώτη φορά στο φυσικό του μήκος:

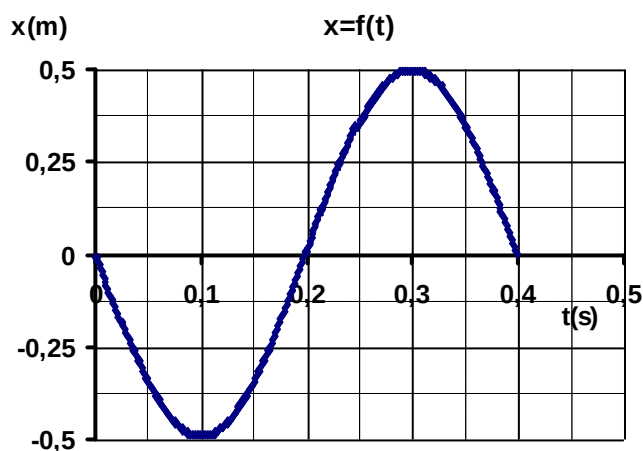
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m_2}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{9,6}{960}} = 0,2\pi \text{ s}$$

Το ελατήριο θα ξαναβρεθεί στο φυσικό του μήκος μετά από χρόνο:

$$t = \frac{T}{2} = \frac{0,2\pi}{2} \Rightarrow t = 0,1\pi \text{ s}$$

(μ. 1)

στ. Γραφική παράσταση $x=f(t)$:



(μ. 2)