

ΕΝΩΣΗ ΚΥΠΡΙΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ



22^Η ΠΑΓΚΥΠΡΙΑ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ (Επαναληπτικός Διαγωνισμός)

Κυριακή, 20 Απριλίου, 2008,

Ώρα: 10.00 - 13.00

Οδηγίες:

- 1) Το δοκίμιο αποτελείται από πέντε (5) θέματα.
- 2) Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα.
- 3) Όταν σε ένα θέμα δεν δίνονται αριθμητικά δεδομένα, να εκφράζετε τις απαντήσεις σας ως συνάρτηση μεγεθών που δίνονται στο αντίστοιχο θέμα.
- 4) Επιτρέπεται η χρήση μόνο μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
- 5) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- 6) Επιτρέπεται η χρήση μπλε ή μαύρου μελανιού μόνο. (Οι γραφικές παραστάσεις μπορούν να γίνουν και με μολύβι).

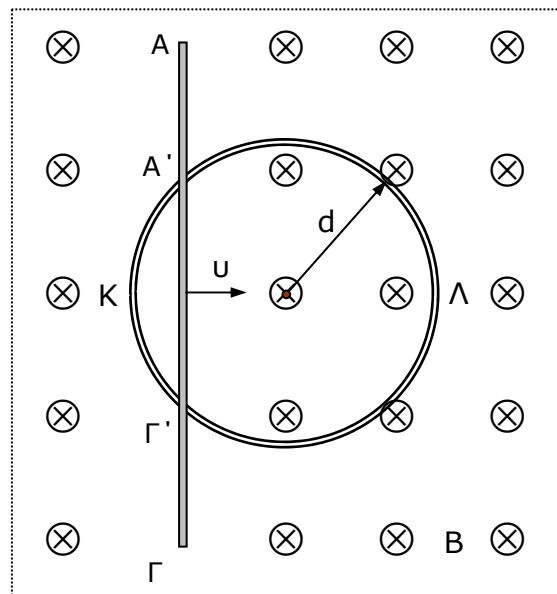
ΘΕΜΑ 1 (15 μονάδες)

Οριζόντιο κυκλικό αγωγίμο πλαίσιο ακτίνας d και συνολικής αντίστασης R είναι στερεωμένο με το επίπεδο του κάθετο σε ομογενές μαγνητικό πεδίο μαγνητικής επαγωγής B . Πάνω στο πλαίσιο κινείται με σταθερή ταχύτητα u , ευθύγραμμος αγωγός ΑΓ, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η αντίσταση ανά μονάδα μήκους του αγωγού ΑΓ είναι r . Τη χρονική στιγμή $t_0=0s$ ο αγωγός ΑΓ βρίσκεται στο σημείο Κ.

Να θεωρήσετε τα φαινόμενα αυτεπαγωγής αμελητέα.

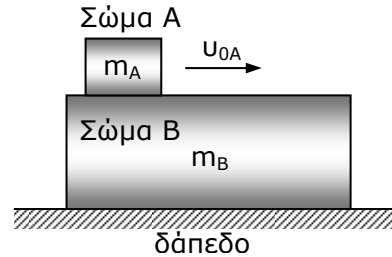
Ζητούνται:

- α. Η σχέση, $E_{\text{επ}}=f(t)$, της επαγωγικής ηλεκτρεγερτικής δύναμης που αναπτύσσεται στα σημεία επαφής Α'Γ' του αγωγού με το κυκλικό πλαίσιο, σε συνάρτηση με το χρόνο. (μ.7)
- β. Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό όταν αυτός διέρχεται από το κέντρο του κυκλικού πλαισίου. (μ.5)
- γ. Η φορά των επαγωγικών ρευμάτων που διαρρέουν τα τόξα Α'ΚΓ' και Α'ΛΓ' του κυκλικού πλαισίου. (μ.3)



ΘΕΜΑ 2 (15 μονάδες)

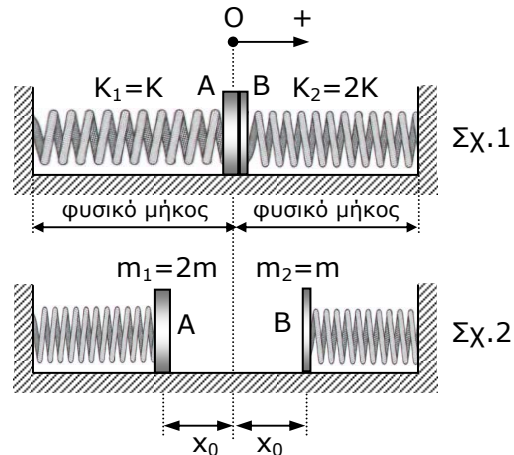
Δύο σώματα A και B που είναι αρχικά ακίνητα, με μάζες $m_A = m$ και $m_B = 2m$ είναι τοποθετημένα το ένα πάνω στο άλλο όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ των σωμάτων είναι μ , ενώ μεταξύ του σώματος B και του οριζόντιου δαπέδου δεν υπάρχει τριβή. Κρατώντας ακίνητο το σώμα B δίνουμε μια αρχική ώθηση στο σώμα A προς τα δεξιά. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0s$ που το σώμα A έχει ταχύτητα u_{0A} , αφήνουμε ελεύθερο το σώμα B να κινηθεί. Κάποια στιγμή, και όταν το σώμα A είναι ακόμα πάνω στο σώμα B, τα δύο σώματα αποκτούν κοινή ταχύτητα. Δίνεται: Η επιτάχυνση της βαρύτητας g . Από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0s$ μέχρι τη στιγμή που τα σώματα αποκτούν κοινή ταχύτητα, ζητούνται:



- Na περιγράψετε πλήρως την κινητική κατάσταση των σωμάτων. (μ.4)
- Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος. Na εξηγήσετε που οφείλεται. (μ.6)
- Το διάστημα που κινήθηκε το κάθε σώμα. (μ.3)
- Το σχετικό διάστημα που κινήθηκε το ένα σώμα ως προς το άλλο. (μ.2)

ΘΕΜΑ 3 (20 μονάδες)

Τα οριζόντια αβαρή ελατήρια του Σχ.1 με σταθερές $K_1 = K$ και $K_2 = 2K$ έχουν στα άκρα τους στερεωμένα τα σώματα A και B με μάζες $m_1 = 2m$ και $m_2 = m$ αντίστοιχα. Τα ελατήρια στο Σχ.1 βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος και τα δύο σώματα είναι σε επαφή. Απομακρύνουμε τα δύο σώματα κατά x_0 από την αρχική τους θέση (Σχ.2) και τη χρονική στιγμή $t_0 = 0s$ τα αφήνουμε ελεύθερα. Μεταξύ των μαζών συμβαίνει κεντρική ελαστική κρούση, η διάρκεια της οποίας είναι αμελητέα. Na θεωρήσετε θετική φορά προς τα δεξιά, όπως δείχνει το σχήμα και τις τριβές αμελητέες. Δίνεται: Η επιτάχυνση της βαρύτητας g . Ζητούνται:



- Η χρονική στιγμή t της πρώτης σύγκρουσης. (μ.5)
- Η θέση x από το σημείο αναφοράς O που συμβαίνει η πρώτη σύγκρουση. (μ.4)
- Η σχέση των ταχυτήτων των δύο μαζών τη στιγμή ακριβώς πριν την σύγκρουση. (μ.3)
- Οι ταχύτητες των δύο μαζών αμέσως μετά την πρώτη σύγκρουση. (μ.6)
- Η μέγιστη απόσταση μεταξύ των δύο μαζών μετά την πρώτη σύγκρουση. (μ.2)

ΘΕΜΑ 4 (20 μονάδες)

Ομογενής δοκός ΑΓ μήκους ℓ και μάζας m μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το άκρο Α. Αρχικά η δοκός κρατείται σε ισορροπία στην οριζόντια θέση. Αφήνουμε ελεύθερη τη δοκό να περιστραφεί από την οριζόντια θέση (Σχ.1). Τη χρονική στιγμή που η στροφορμή της δοκού γίνεται ίση με το $\frac{1}{\sqrt{2}}$ της μέγιστης

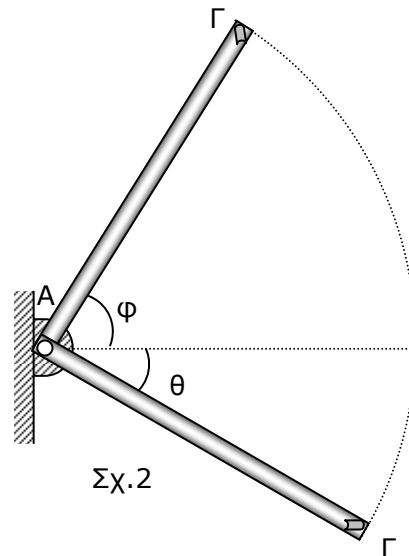
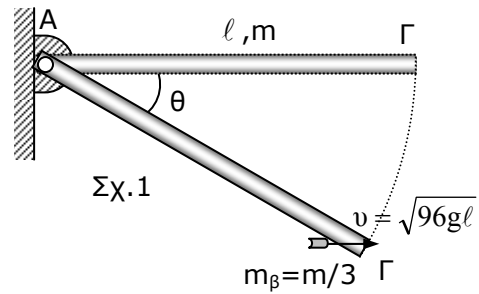
στροφορμής που μπορεί να αποκτήσει, ένα βλήμα αμελητέων διαστάσεων, μάζας $m_\beta = \frac{m}{3}$ που κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $v = \sqrt{96g\ell}$, στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο με τη δοκό, σφηνώνεται στο άκρο της Γ. Η διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα.

Δίνονται: Η επιτάχυνση της βαρύτητας g και η ροπή αδράνειας της δοκού ως προς το Α:

$$I_A = \frac{1}{3}m\ell^2.$$

Ζητούνται:

- Η γωνιακή θέση θ της ράβδου τη στιγμή που το βλήμα σφηνώνεται σε αυτή. **(μ.8)**
- Η γωνιακή ταχύτητα του συστήματος αμέσως μετά την κρούση. **(μ.6)**
- Η γωνιακή θέση φ , στην οποία μηδενίζεται στιγμιαία η ταχύτητα του συστήματος (Σχ.2). **(μ.6)**



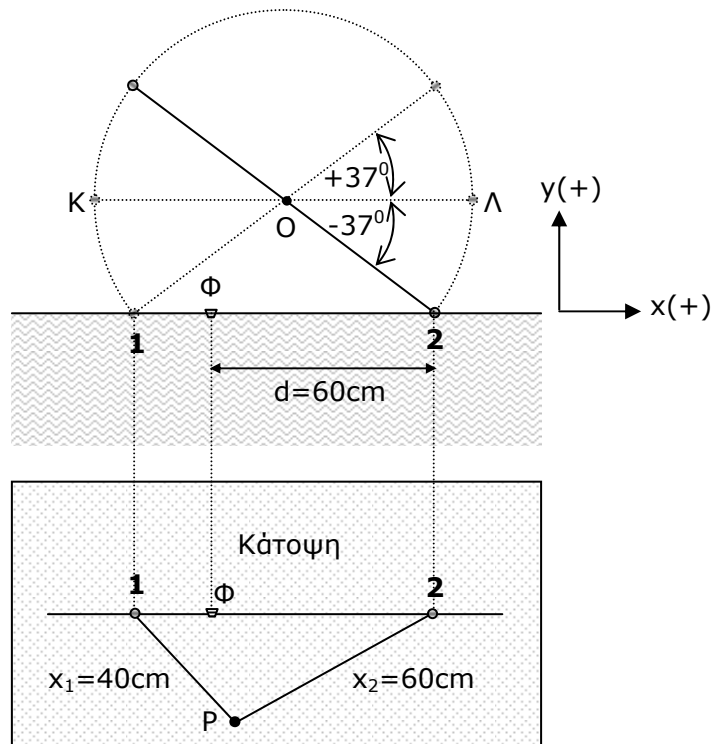
ΘΕΜΑ 5 (30 μονάδες)

Δύο σημειακά σφαιρίδια Κ και Λ είναι στερεωμένα σε ράβδο μήκους $\ell = 100\text{cm}$ που μπορεί να ταλαντώνεται σε κατακόρυφο επίπεδο, χωρίς τριβές, γύρω από άξονα που περνά από το κέντρο της Ο, όπως δείχνει το σχήμα.

Οι γωνιές εκτροπής της ράβδου από την οριζόντια θέση της είναι $\pm 37^\circ$ ενώ ταλαντώνεται με συχνότητα $f = 2,5\text{Hz}$. Όταν η ράβδος ακουμπά στα σημεία 1 και 2 της οριζόντιας επιφάνειας του νερού δημιουργεί τρέχοντα εγκάρσια κύματα πλάτους $y_0 = 0,2\text{cm}$.

Να θεωρήσετε $t_0 = 0\text{s}$ τη χρονική στιγμή που το σφαιρίδιο Λ ακουμπά στην επιφάνεια του νερού στο σημείο 2. Ένας φελλός Φ, επιπλέει σε απόσταση $d = 60\text{cm}$ από το σημείο 2. Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στο νερό είναι $u = 50\text{cm/s}$. Η θετική x και y κατεύθυνση ορίζονται όπως δείχνει το σχήμα.

Δίνεται: $\sin 37^\circ = 0,8$ και $\eta \mu 37^\circ = 0,6$.



Ζητούνται:

- α. Η χρονική στιγμή t_1 που φτάνει κύμα στο φελλό. (μ.4)
- β. Η χρονική στιγμή t_2 που αρχίζει η συμβολή των κυμάτων στο φελλό από τα τρέχοντα κύματα που δημιουργούνται στα σημεία 1 και 2. (μ.1)
- γ. Τα στιγμιότυπα των δύο κυμάτων στην επιφάνεια του νερού μεταξύ των σημείων 1 και 2 τη χρονική στιγμή t_2 σε κοινούς βαθμολογημένους άξονες. Να θεωρήσετε σημείο αναφοράς, $x = 0$, το σημείο 1. (μ.8)
- δ. Η γραφική παράσταση $y = f(t)$ της ταλάντωσης του φελλού από τη στιγμή $t_0 = 0\text{s}$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_3 = 2\text{s}$. (μ.6)
- ε. Το πλάτος ταλάντωσης δύο σημείων Μ και Ν που απέχουν από το φελλό αποστάσεις 5cm δεξιά και 8cm αριστερά αντίστοιχα, μετά τη χρονική στιγμή t_3 . Τα σημεία Μ και Ν βρίσκονται στην ευθεία που ενώνει τα σημεία 1 και 2. (μ.3)
- στ. Η διαφορά φάσης των ταλαντώσεων των σημείων Μ και Ν. (μ.1)
- ζ. Το πλήθος των υπερβολών ενίσχυσης και απόσβεσης που δημιουργούνται στην επιφάνεια του νερού. (μ.4)
- η. Το πλάτος ταλάντωσης ενός σημείου Ρ της επιφάνειας του νερού, όπως φαίνεται στο σχήμα, που απέχει αποστάσεις $x_1 = 40\text{cm}$ και $x_2 = 60\text{cm}$ από τα σημεία 1 και 2 αντίστοιχα μετά τη στιγμή που τα κύματα από τα σημεία 1 και 2 φτάνουν σε αυτό. (μ.3)

ΕΝΩΣΗ ΚΥΠΡΙΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ



22^Η ΠΑΓΚΥΠΡΙΑ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ (Επαναληπτικός Διαγωνισμός)

Κυριακή, 20 Απριλίου, 2008,

Ωρα: 10.00 - 13.00

Προτεινόμενες Λύσεις

ΘΕΜΑ 1 (15 μονάδες)

(α) Σε κάθε χρονική στιγμή η επαγωγική ηλεκτρεγερτική δύναμη δίνεται από τη σχέση: $E_{επ} = Bv\ell$, όπου ℓ είναι το μήκος Α'Γ' του αγωγού που είναι σε επαφή με τον κυκλικό αγωγό. Από το σχήμα προκύπτει ότι,

$$(A'O)^2 = (A'M)^2 + (MO)^2 \Rightarrow d^2 = \frac{\ell^2}{4} + (d - vt)^2$$

Άρα, $\ell = 2\sqrt{d^2 - (d - vt)^2}$. Επομένως έχουμε,

$$E_{επ} = 2Bv\sqrt{d^2 - (d - vt)^2} = 2Bv\sqrt{vt(2d - vt)}.$$

(μ.7)

(β) Όταν ο αγωγός βρίσκεται στο κέντρο του κυκλικού πλαισίου, έχουμε το πιο κάτω ισοδύναμο κύκλωμα.

Τα τμήματα Α'ΚΓ' και Α'ΛΓ' έχουν ίσες αντιστάσεις, $R/2$. Το τμήμα του αγωγού, Α'Γ' έχει αντίσταση $r\ell$. Οι αντιστάσεις $R/2$ και $R/2$ είναι παράλληλες, με ισοδύναμη αντίσταση $R/4$. Η ισοδύναμη αντίσταση, $R/4$, είναι σε σειρά με την αντίσταση του αγωγού, $r_{αγ}$.

Είναι $r_{αγ} = r\ell = r2d$. Άρα,

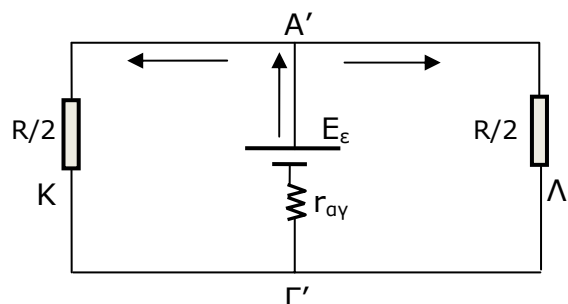
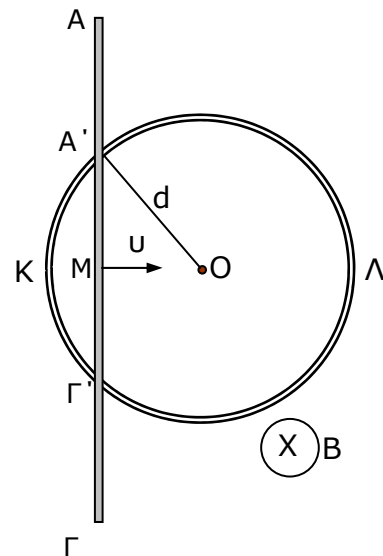
$$R_{ολ} = \frac{R}{4} + 2rd \Rightarrow R_{ολ} = \frac{R + 8rd}{4}$$

Η επαγωγική τάση όταν ο αγωγός περνά από το κέντρο είναι $E_{επ} = 2Bvd$.

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό τη στιγμή που περνά από το κέντρο Ο του κυκλικού πλαισίου είναι,

$$I = \frac{E_{επ}}{R_{ολ}} = \frac{8Bvd}{R + 8rd}.$$

(μ.5)

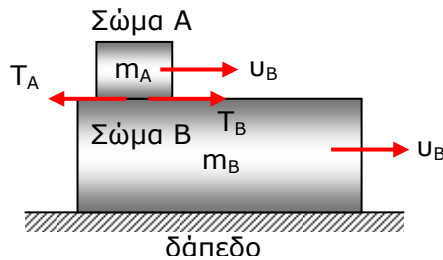


(γ) Η φορά των ρευμάτων στα τόξα Α'ΚΓ' και Α'ΛΓ' είναι όπως δείχνει το πιο πάνω σχήμα. Η φορά αυτή προκύπτει από την πολικότητα της επαγωγικής τάσης, σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz. **(μ.3)**

ΘΕΜΑ 2 (15 μονάδες)

(α) Το σώμα Α κινείται προς τα δεξιά και επιβραδύνεται, αφού η τριβή T_A είναι αντίθετη της ταχύτητάς του.

Το σώμα Β κινείται προς τα δεξιά και επιταχύνεται με την επίδραση της δύναμης της τριβής T_B . Τα σώματα σε κάποια στιγμή αποκτούν κοινή ταχύτητα, δεν υπάρχει σχετική κίνηση του ενός ως προς το άλλο. **(μ.4)**



(β) Ισχύει η διατήρηση της ορμής για το σύστημα των δύο σωμάτων, εφόσον δεν υπάρχει τριβή μεταξύ του δαπέδου και του σώματος Β. Οι δυνάμεις μεταξύ των δύο σωμάτων είναι εσωτερικές για το σύστημα. Άρα, $m_A v_{0A} = m_A v_A + m_B v_B$. Δίνεται ότι, $m_B = 2m_A = 2m$ και για τη στιγμή που τα σώματα αποκτούν κοινή ταχύτητα, $v_A = v_B = v_k$. Άρα,

$$m v_{0A} = m v_k + 2m v_k \Rightarrow v_k = \frac{v_{0A}}{3}.$$

Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος είναι,

$\Delta E = \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 - \frac{1}{2} m_A v_{0A}^2$. Για την στιγμή που τα σώματα αποκτούν κοινή ταχύτητα, έχουμε,

$$\Delta E = \frac{1}{2} m v_k^2 + \frac{1}{2} 2m v_k^2 - \frac{1}{2} m v_{0A}^2 = \frac{1}{2} m \frac{v_{0A}^2}{9} + \frac{1}{2} 2m \frac{v_{0A}^2}{9} - \frac{1}{2} m v_{0A}^2. \text{ Τελικά,}$$

$$\Delta E = -\frac{m v_{0A}^2}{3}.$$

Η απώλεια της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων οφείλεται στο έργο της τριβής που ασκείται στο σώμα Α για το σχετικό διάστημα που κινείται το σώμα Α σε σχέση με το σώμα Β.

(μ.6)

(γ) Α' τρόπος:

Το μέτρο της τριβής μεταξύ των δύο σωμάτων είναι, $T = \mu mg$.

Από το θεώρημα έργου – κινητικής ενέργειας:

$$\text{Για το σώμα Α: } \Delta E_1 = -T \cdot x_1 \Rightarrow \frac{1}{2} m v_k^2 - \frac{1}{2} m v_{0A}^2 = -\mu mg \cdot x_1 \Rightarrow -\frac{4m v_{0A}^2}{9} = -\mu mg x_1.$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m \frac{v_{0A}^2}{9} - \frac{1}{2} m v_{0A}^2 = -\mu mg \cdot x_1 \Rightarrow -\frac{4m v_{0A}^2}{9} = -\mu mg x_1 \Rightarrow x_1 = \frac{4v_{0A}^2}{9\mu g}.$$

$$\text{Για το σώμα Β: } \Delta E_2 = T \cdot x_2 \Rightarrow \frac{1}{2} 2m v_k^2 = \mu mg \cdot x_2 \Rightarrow \frac{m v_{0A}^2}{9} = \mu mg x_2 \Rightarrow x_2 = \frac{v_{0A}^2}{9\mu g}.$$

(μ.3)**Β' τρόπος:**

Η επιτάχυνση για το σώμα Α και Β έχει μέτρο, $a_1 = \frac{T}{m} = \mu g$ και

$a_2 = \frac{T}{2m} = \frac{\mu g}{2}$, αντίστοιχα. Η σχέση ταχύτητας και διαστήματος για το σώμα Α είναι,

$v_A^2 = v_{0A}^2 - 2a_1 x_1$ και για το σώμα Β, $v_B^2 = 2a_2 x_2$. Όταν τα σώματα αποκτούν

$$\text{κοινή ταχύτητα: } v_k^2 = v_{0A}^2 - 2a_1 x_1 \Rightarrow \frac{v_{0A}^2}{9} = v_{0A}^2 - 2\mu g x_1 \Rightarrow x_1 = \frac{4v_{0A}^2}{9\mu g}.$$

$$v_k^2 = 2a_2 x_2 \Rightarrow \frac{v_{0A}^2}{9} = 2 \frac{\mu g}{2} x_2 \Rightarrow x_2 = \frac{v_{0A}^2}{9\mu g}.$$

(δ) Α' τρόπος

Το σχετικό διάστημα που κινήθηκε το ένα σώμα ως προς το άλλο είναι:

$$\Delta x = x_1 - x_2 \Rightarrow \Delta x = \frac{v_{0A}^2}{3\mu g}. \quad \textbf{(μ.2)}$$

Β' τρόπος:

Από το θεώρημα έργου – κινητικής ενέργειας:

$$\Delta E = -T \cdot \Delta x \Rightarrow -\frac{m v_{0A}^2}{3} = -\mu mg \cdot \Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{v_{0A}^2}{3\mu g}.$$

ΘΕΜΑ 3 (20 μονάδες)**(α) Α' τρόπος**

Βρίσκουμε την κυκλική συχνότητα του κάθε σώματος, όταν εκτελεί ταλάντωση.

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{K_1}{m_1}} = \sqrt{\frac{K}{2m}}, \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{K_2}{m_2}} = \sqrt{\frac{2K}{m}}. \text{ Άρα,}$$

$$\omega_2 = 2\omega_1.$$

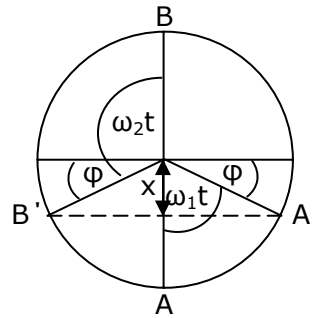
Με βάση τον τριγωνομετρικό κύκλο:

$$\omega_1 t = \frac{\pi}{2} - \phi \text{ και } \omega_2 t = \frac{\pi}{2} + \phi. \text{ Με πρόσθεση κατά}$$

μέλη προκύπτει: Άρα, $(\omega_1 + \omega_2)t = \pi$. Από τη

σχέση $\omega_2 = 2\omega_1$, παίρνουμε,

$$3\omega_1 t = \pi \Rightarrow t = \frac{\pi}{3\omega_1} \Rightarrow t = \frac{\pi}{3} \sqrt{\frac{2m}{K}}. \quad (\mu.5)$$

**Β' τρόπος**

Οι φάσεις των δύο ταλαντωτών Α και Β σε κάθε στιγμή είναι, $\phi_1 = \omega_1 t - \frac{\pi}{2}$

και $\phi_2 = \omega_2 t + \frac{\pi}{2}$, αντίστοιχα. Όταν συγκρουστούν για πρώτη φορά,

$$\phi_1 + \phi_2 = \pi. \text{ Άρα, } \omega_1 t - \frac{\pi}{2} + \omega_2 t + \frac{\pi}{2} = \pi \Rightarrow t = \frac{\pi}{\omega_1 + \omega_2} = \frac{\pi}{3\omega_1} = \frac{\pi}{3} \sqrt{\frac{2m}{K}}.$$

(β) Α' τρόπος

Από τον τριγωνομετρικό κύκλο:

$$|x| = x_0 \eta \mu \phi \Rightarrow |x| = x_0 \eta \mu \left(\frac{\pi}{2} - \omega_1 t \right) \Rightarrow |x| = x_0 \eta \mu \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} \right) = \frac{x_0}{2}. \text{ Άρα,}$$

$$x = -\frac{x_0}{2}. \quad (\mu.4)$$

Β' τρόπος

Από την εξίσωση κίνησης του Α (ή του Β), $x = x_0 \eta \mu \left(\omega_1 t - \frac{\pi}{2} \right)$,

αντικαθιστούμε,

$$x = x_0 \eta \mu \left(\sqrt{\frac{K}{2m}} \frac{\pi}{3} \sqrt{\frac{2m}{K}} - \frac{\pi}{2} \right) = x_0 \eta \mu \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2} \right) = x_0 \eta \mu \left(-\frac{\pi}{6} \right) \Rightarrow x = -\frac{x_0}{2}$$

(γ) Είναι $v = \omega \sqrt{x_0^2 - x^2}$. Άρα τη στιγμή της σύγκρουσης, $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{1}{2}$. Οι

ταχύτητες έχουν αντίθετη φορά. Άρα, $\frac{\vec{v}_1}{\vec{v}_2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \vec{v}_2 = -2\vec{v}_1$. **(μ.3)**

(δ) Κατά την κρούση αναπτύσσονται δυνάμεις που είναι εσωτερικές για τα δύο σώματα.

Ισχύει η διατήρηση της ορμής: $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$. Είναι $\vec{v}_2 = -2\vec{v}_1$

και $m_1 = 2m_2 = 2m$. Άρα, $2m\vec{v}_1 - 2m\vec{v}_1 = 2m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2$,

$\Rightarrow 0 = 2\vec{v}_1 + \vec{v}_2 \Rightarrow \vec{v}_2 = -2\vec{v}_1$.

Η κρούση είναι ελαστική και η διάρκειά της είναι αμελητέα. Από τη διατήρηση της ορμής και της κινητικής ενέργειας: $\vec{v}_1 + \vec{v}_1 = \vec{v}_2 + \vec{v}_2$. Είναι $\vec{v}_2 = -2\vec{v}_1$ και $\vec{v}_2 = -2\vec{v}_1$. Άρα, $\vec{v}_1 + \vec{v}_1 = -2\vec{v}_1 - 2\vec{v}_1 \Rightarrow 3\vec{v}_1 = -3\vec{v}_1 \Rightarrow \vec{v}_1 = -\vec{v}_1$ και $\vec{v}_2 = 2\vec{v}_1 = -\vec{v}_2$.

Τη στιγμή της κρούσης: $v_1 = \omega_1 \sqrt{x_0^2 - x_1^2} \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{K}{2m}} \sqrt{x_0^2 - \frac{x_0^2}{4}} \Rightarrow v_1 = x_0 \sqrt{\frac{3K}{8m}}$.

Επομένως, $\vec{v}_1 = -x_0 \sqrt{\frac{3K}{8m}}$ (προς τα αριστερά) και

$\vec{v}_2 = +x_0 \sqrt{\frac{3K}{2m}}$ (προς τα δεξιά). **(μ.6)**

(ε) Τα σώματα αμέσως μετά την κρούση διατηρούν τα μέτρα των ταχυτήτων που είχαν τη στιγμή της κρούσης αλλά αντιστρέφεται η φορά. Η ενέργεια στο σύστημα πριν και μετά την κρούση επίσης διατηρείται, εφόσον οι τριβές είναι αμελητέες.

Επομένως η ενέργεια για το κάθε σώμα διατηρείται. Άρα ταυτόχρονα φτάνουν στις θέσεις $-x_0$ το σώμα Α και $+x_0$ το σώμα Β. Επομένως η μέγιστη απόσταση τους παραμένει $2x_0$. **(μ.2)**

ΘΕΜΑ 4 (20 μονάδες)

(α) Η στροφορμή της δοκού παίρνει μέγιστη τιμή στην κατακόρυφη θέση. Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας στην οριζόντια και στην κατακόρυφη θέση, παίρνουμε:

$$mg \frac{\ell}{2} = \frac{1}{2} I \omega_3^2 \Rightarrow mg \frac{\ell}{2} = \frac{1}{2} \frac{1}{3} m \ell^2 \omega_3^2 \Rightarrow \omega_3 = \sqrt{\frac{3g}{\ell}}. \text{ Όπου } \omega_3 \text{ είναι η γωνιακή}$$

ταχύτητα στην κατακόρυφη θέση, που είναι και η μέγιστη τιμή. Στη θέση που η δοκός σχηματίζει γωνία θ με την οριζόντια διεύθυνση, η δυναμική ενέργεια ελαττώνεται ως προς την οριζόντια θέση κατά

$$\Delta E_{\text{δυν}} = -mgh = -mg \frac{\ell}{2} \eta \mu \theta. \text{ Η ελάττωση αυτή είναι ίση κατά απόλυτη τιμή με}$$

την αύξηση της κινητικής ενέργειας της δοκού, στη θέση θ . Άρα,

$$mg \frac{\ell}{2} \eta \mu \theta = \frac{1}{2} I \omega_2^2 \Rightarrow mg \frac{\ell}{2} \eta \mu \theta = \frac{1}{2} \frac{1}{3} m \ell^2 \omega_2^2 \Rightarrow g \eta \mu \theta = \frac{1}{3} \ell \omega_2^2 \Rightarrow \omega_2 = \sqrt{\frac{3g \eta \mu \theta}{\ell}}.$$

Δίνεται ότι στη θέση 2 η στροφορμή είναι ίση με το $\frac{1}{\sqrt{2}}$ της μέγιστης

στροφορμής. Εφόσον η στροφορμή είναι ανάλογη της γωνιακής ταχύτητας,

για σταθερή ροπή αδράνειας, έχουμε, $\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \omega_3$. Άρα,

$$\sqrt{\frac{3g \eta \mu \theta}{\ell}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{3g}{\ell}} \Rightarrow \eta \mu \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 30^\circ. \quad (\mu.8)$$

(β) Η διάρκεια κρούσης είναι αμελητέα. Λίγο πριν και αμέσως μετά την κρούση η στροφορμή του συστήματος διατηρείται. Άρα,

$$-I \omega_2 + \frac{m}{3} v \ell \eta \mu \theta = (I + \frac{m}{3} \ell^2) \omega. \text{ Όπου } \omega \text{ είναι η γωνιακή ταχύτητα αμέσως}$$

μετά την κρούση. Αντικαθιστούμε,

$$-\frac{1}{3} m \ell^2 \sqrt{\frac{3g \eta \mu \theta}{\ell}} + \frac{m}{3} \sqrt{96g \ell} \cdot \ell \eta \mu 30^\circ = (\frac{1}{3} m \ell^2 + \frac{m}{3} \ell^2) \omega$$

$$\Rightarrow -\sqrt{\frac{g \ell^3}{6}} + 4\sqrt{\frac{g \ell^3}{6}} = \frac{2}{3} \ell^2 \omega \Rightarrow 3\sqrt{\frac{g \ell^3}{6}} = \frac{2}{3} \ell^2 \omega \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{27g}{8\ell}}, \text{ στη διεύθυνση του}$$

άξονα περιστροφής με φορά προς τα έξω.

(μ.6)

(γ) Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας έχουμε ότι η ελάττωση της κινητικής ενέργειας από τη θέση θ στη θέση ϕ είναι ίση κατά απόλυτη τιμή με την αύξηση της δυναμικής ενέργειας βαρύτητας. Άρα,

$$\frac{m}{3} g (\ell \eta \mu \theta + \ell \eta \mu \phi) + mg (\frac{\ell}{2} \eta \mu \theta + \frac{\ell}{2} \eta \mu \phi) = \frac{1}{2} (I + \frac{m}{3} \ell^2) \omega^2,$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} (\frac{1}{2} + \eta \mu \phi) + (\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \eta \mu \phi) = \frac{1}{2} (\frac{1}{3} + \frac{1}{3}) \frac{27}{8} \Rightarrow \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \eta \mu \phi + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \eta \mu \phi = \frac{9}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{6} \eta \mu \phi = \frac{17}{24} \Rightarrow \eta \mu \phi = \frac{17}{20} \Rightarrow \phi = 58,21^\circ.$$

(μ.6)

ΘΕΜΑ 5 (30 μονάδες)

(α) Η περίοδος της ταλάντωσης της ράβδου είναι $1/2,5 = 0,4$ s. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ αρχίζει να εκπέμπει κύμα η πηγή στο σημείο 2 και η πηγή στο σημείο 1 αρχίζει εκπομπή τη στιγμή $t = 0,2$ s, δηλαδή μισή περίοδο μετά. Η απόσταση των δύο πηγών είναι $100 \cdot \sin 37^\circ = 100 \cdot 0,8 = 80$ cm.

Ο χρόνος για να φτάσει κύμα στο σημείο που είναι ο φελλός Φ από την πηγή στο 1, μετά τη στιγμή $t = 0$, είναι $t_1 = 0,2 + \frac{x_1}{v} = 0,2 + \frac{20}{50} = 0,6$ s.

Ο χρόνος για να φτάσει κύμα στο σημείο που είναι ο φελλός Φ από την πηγή στο 2, μετά τη στιγμή $t = 0$, είναι $t_2 = \frac{x_2}{v} = \frac{60}{50} = 1,2$ s.

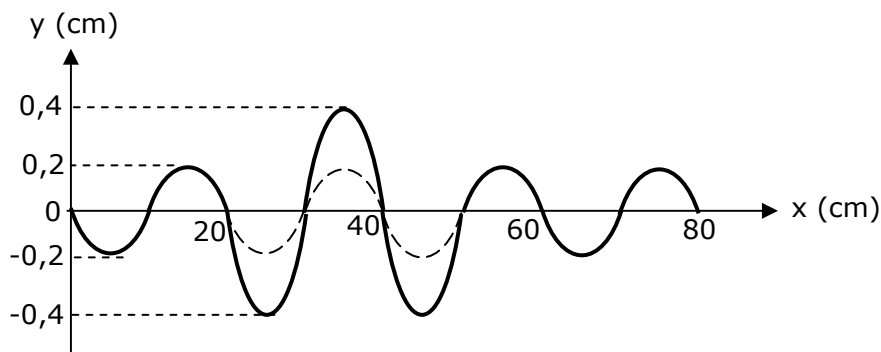
Επομένως κύμα φτάνει στο φελλό τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,6$ s. **(μ.4)**

(β) Η συμβολή των κυμάτων αρχίζει από τη στιγμή που φτάνουν και τα δύο κύματα στο φελλό. Αυτό συμβαίνει τη χρονική στιγμή $t_2 = 1,2$ s. **(μ.1)**

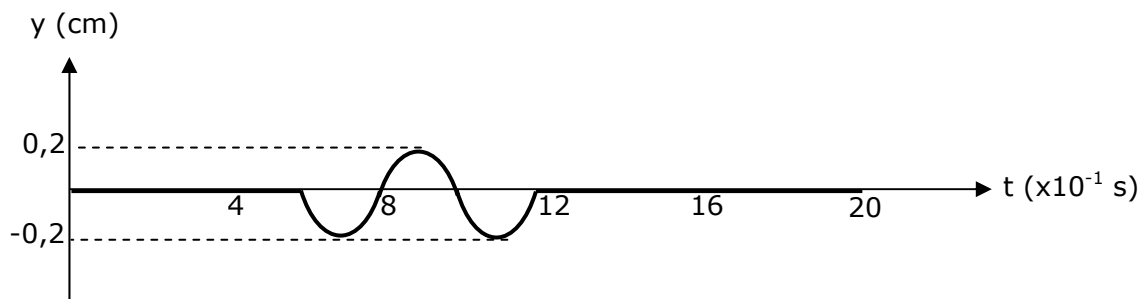
(γ) Το μήκος κύματος είναι, $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{50}{2,5} = 20$ cm. Το κύμα που

δημιουργείται στο σημείο 2 φτάνει στο φελλό τη στιγμή $t = 1,2$ s και η πηγή στο 2 εκτελεί 3 πλήρεις ταλαντώσεις. Το κύμα από το σημείο 1 αρχίζει να διαδίδεται τη στιγμή $t = 0,2$ s. Άρα τη χρονική στιγμή $1,2$ s η πηγή στο σημείο 1 ταλαντώνεται για 1 s και το κύμα διαδίδεται σε απόσταση 50 cm. Τη χρονική αυτή στιγμή η πηγή στο σημείο 1 εκτελεί 2,5 ταλαντώσεις.

Από το σημείο με $x = 20$ cm (που βρίσκεται ο φελλός) μέχρι το σημείο με $x = 50$ cm έχουμε συμβολή των κυμάτων. Τα στιγμιότυπα φαίνονται στο διάγραμμα, $y = f(x)$, τη χρονική στιγμή $t = 1,2$ s.

**(μ.8)**

(δ) Το σημείο που βρίσκεται ο φελλός έχουμε πλήρη απόσβεση. Δηλαδή στο φελλό έχουμε δεσμό. Το κύμα στο φελλό φτάνει τη στιγμή $t = 0,6 \text{ s}$, άρα μέχρι τη στιγμή $t = 1,2 \text{ s}$ που έχουμε τη συμβολή, ο φελλός εκτελεί 1,5 ταλαντώσεις. Άρα έχουμε για το φελλό τη γραφική παράσταση $y = f(t)$, όπως στο διάγραμμα.



(μ.6)

(ε) Στο σημείο M έχουμε ενισχυτική συμβολή (κοιλία). Άρα το πλάτος ταλάντωσης του σημείου M είναι $2y_0 = 0,4 \text{ cm}$.

Το σημείο N δεν είναι ούτε κοιλία ούτε δεσμός. Το πλάτος ταλάντωσης του σημείου N υπολογίζεται από τη σχέση $A_{(N)} = 2y_0 \eta \mu\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)$, όπου x είναι η απόσταση του σημείου N από τη φελλό (δεσμό). Άρα,
 $A_{(N)} = 2 \cdot 0,2 \eta \mu\left(\frac{2\pi \cdot 8}{20}\right) = 0,24 \text{ cm}$.

(μ.3)

(στ) Τα σημεία N και M ταλαντώνονται με διαφορά φάσης π (180°). **(μ.1)**

(ζ) Το πλήθος των υπερβολών ενίσχυσης και απόσβεσης είναι όσο και το πλήθος των δεσμών και των κοιλιών. Έχουμε 9 δεσμούς και 8 κοιλίες. Άρα έχουμε 17 συνολικά υπερβολές ενίσχυσης και απόσβεσης. **(μ.4)**

(η) Τα κύματα φτάνουν στο σημείο P με διαφορά δρόμου $\Delta x = x_2 - x_1 = 60 - 40 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$. Η διαφορά αυτή είναι ίση με το μήκος κύματος. Επειδή οι πηγές έχουν διαφορά φάσης π , στο P έχουμε συμβολή πλήρους απόσβεσης. Άρα το πλάτος ταλάντωσης στο P είναι μηδέν. **(μ.3)**