

ΕΝΩΣΗ ΚΥΠΡΙΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ



19^Η ΠΑΓΚΥΠΡΙΑ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ (ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ)

Κυριακή, 03 Απριλίου, 2005

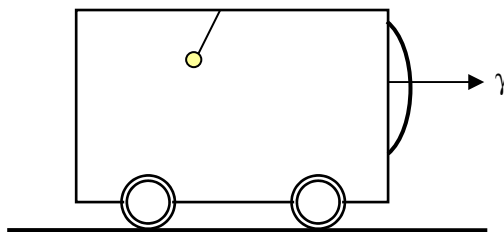
Ώρα: 10:00 - 13:00

Οδηγίες:

- 1) Το δοκίμιο αποτελείται από πέντε (5) θέματα.
- 2) Να απαντήσετε τα ερωτήματα όλων των θεμάτων.
- 3) Να εκφράσετε τις απαντήσεις σας, όπου χρειάζεται, με ακρίβεια τριών σημαντικών ψηφίων.
- 4) Όταν σε ένα θέμα δε δίνονται αριθμητικά δεδομένα, να εκφράσετε τις απαντήσεις σας ως συνάρτηση των μεγεθών που δίνονται στο αντίστοιχο θέμα ή ερώτημα.
- 5) Να χρησιμοποιείτε μόνο τις σταθερές που δίνονται σε κάθε ερώτημα.
- 6) Επιτρέπεται η χρήση μόνο μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
- 7) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΘΕΜΑ 1 (10 μονάδες)

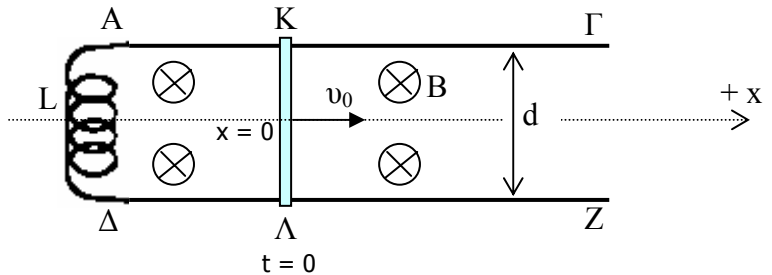
Ένα μαθηματικό εκκρεμές στηρίζεται από την οροφή ενός οχήματος το οποίο κινείται οριζόντια με σταθερή επιτάχυνση γ . Το εκκρεμές απομακρύνεται από τη θέση ισορροπίας του, ως προς το όχημα, και αφήνεται να εκτελέσει ταλάντωση με μικρό πλάτος έτσι ώστε η κίνηση να θεωρείται αρμονική.



Να βρείτε τη σχέση που δίνει την περίοδο του μαθηματικού εκκρεμούς, ως συνάρτηση του μήκους του, της επιτάχυνσης γ του οχήματος και της επιτάχυνσης της βαρύτητας g .

ΘΕΜΑ 2 (15 μονάδες)

Ένας βρόχος, αμελητέας ωμικής αντίστασης, σχηματίζεται από δύο παράλληλους αγωγούς, ΑΓ και ΔΖ, που συνδέονται στα δύο άκρα τους με ένα πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής L και από μια αγωγίμη ράβδο ΚΛ μάζας m που μπορεί να γλιστρά χωρίς τριβές πάνω στους παράλληλους



αγωγούς. Το επίπεδο του βρόχου είναι οριζόντιο και βρίσκεται μέσα σε ομογενές κατακόρυφο μαγνητικό πεδίο μαγνητικής επαγωγής B . Η απόσταση μεταξύ των παράλληλων αγωγών είναι d . Τη χρονική στιγμή $t = 0$ (στην οποία η ράβδος βρίσκεται στη θέση $x = 0$) δίνεται στη ράβδο αρχική ταχύτητα v_0 προς τα δεξιά και αφήνεται ελεύθερη να κινηθεί.

Να βρείτε:

- (α) Το ρεύμα στο βρόχο ως συνάρτηση της θέσης x .
- (β) Τη δύναμη που δέχεται η ράβδος από το μαγνητικό πεδίο ως συνάρτηση της θέσης x .
- (γ) Τη θέση x της ράβδου ως συνάρτηση του χρόνου t .

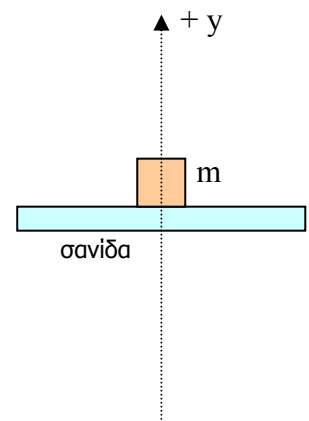
ΘΕΜΑ 3 (20 μονάδες)

Ένα σώμα μάζας m είναι τοποθετημένο πάνω σε μια σανίδα η οποία κινείται κατακόρυφα. Η θέση y της σανίδας ως προς ένα σημείο αναφοράς δίνεται από τη σχέση: $y = y_0(1 - \sin \omega t)$, όπου y σε m και t σε s .

(Δίνεται: Η επιτάχυνση της βαρύτητας g).

Να βρείτε:

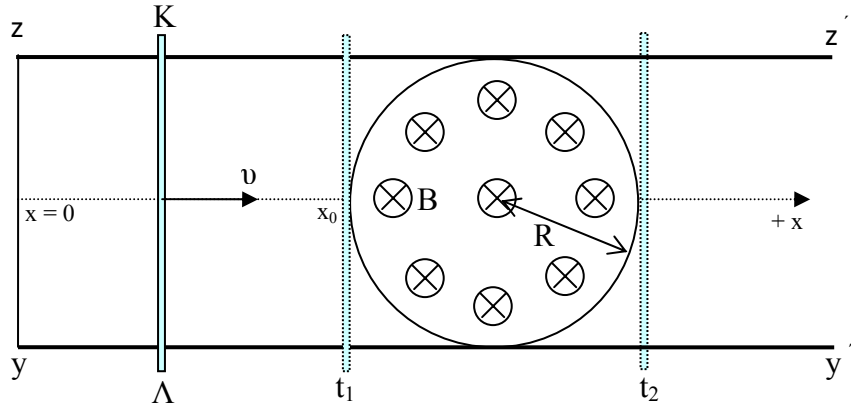
- (α) Τη δύναμη F που εξασκεί η σανίδα πάνω στο σώμα ως συνάρτηση του χρόνου t και να γίνει η γραφική παράστασή της, $F = f(t)$.
- (β) Το y_0 έτσι ώστε το σώμα m να παραμένει σε επαφή με τη σανίδα. ($\omega = \text{σταθερό}$).
- (γ) Το y_0 έτσι ώστε το σώμα να εκτιναχθεί από τη σανίδα στη θέση $\frac{3y_0}{2}$ και το μέγιστο ύψος που φτάνει το σώμα από το σημείο που εκτινάσσεται. ($\omega = \text{σταθερό}$).



ΘΕΜΑ 4 (25 μονάδες)

Δίνεται μαγνητικό πεδίο σταθερής μαγνητικής επαγωγής B μέσα σε κυκλική περιοχή ακτίνας R . Ένα σύστημα λεπτών αγωγών έχει σχήμα Π και τοποθετείται έτσι ώστε τα δύο παράλληλα

τμήματά του, zz' και yy' , να εφάπτονται στην κυκλική περιοχή. Οι μαγνητικές γραμμές του πεδίου (οι οποίες είναι σε



κατακόρυφη

διεύθυνση) είναι κάθετες στο επίπεδο των αγωγών. Μια αγωγίμη ράβδος KL , σταθερής διατομής κινείται με σταθερή ταχύτητα u , η διεύθυνση της οποίας είναι κάθετη στην πλευρά zy , όπως δείχνει το σχήμα.

Η ωμική αντίσταση της ράβδου KL και του αγωγού zy είναι αμελητέα. Οι αγωγοί zz' και yy' έχουν ο καθένας ωμική αντίσταση r ohm ανά μονάδα μήκους του αγωγού.

Τη χρονική στιγμή t_1 η ράβδος απέχει x_0 από τον αγωγό zy και αρχίζει να εισέρχεται στο πεδίο. Τη χρονική στιγμή t_2 η ράβδος εξέρχεται από το πεδίο.

Να βρείτε:

(α) Την ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή που παράγεται για το χρονικό διάστημα $t_1 \leq t \leq t_2$ και να γίνει η αντίστοιχη γραφική παράσταση σε βαθμολογημένους άξονες.

(β) Το επαγωγικό ρεύμα στο βρόχο $KLyz$ για το χρονικό διάστημα $t_1 \leq t \leq t_2$. Σημειώστε σε κατάλληλο σχήμα τη φορά του ρεύματος μέσα από τη ράβδο και δικαιολογήστε.

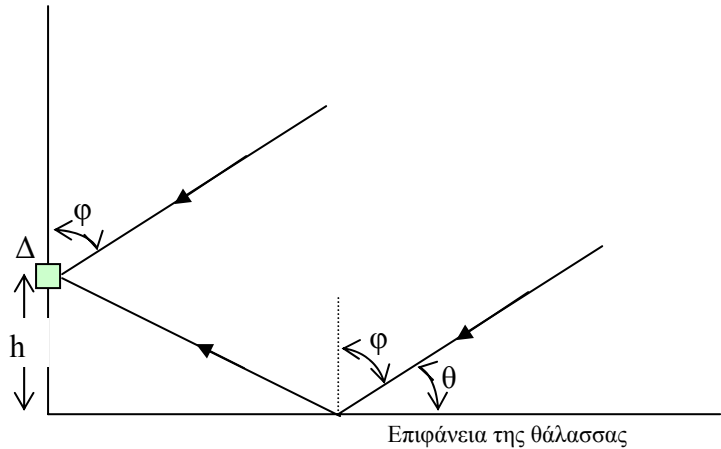
(γ) Το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος από το μαγνητικό πεδίο τη στιγμή που διέρχεται από το κέντρο της κυκλικής περιοχής του μαγνητικού πεδίου. Σημειώστε σε κατάλληλο σχήμα τη φορά της δύναμης αυτής και δικαιολογήστε.

(δ) Αν η τιμή του x_0 έχει επιλεγεί με τρόπο ώστε η μέση τιμή της δύναμης που δέχεται η ράβδος από το πεδίο στην περιοχή $x_0 \leq x \leq x_0 + 2R$ να είναι ίση με τα $\frac{3}{4}$ της τιμής που έχει στο κέντρο της κυκλικής περιοχής, να βρείτε την ηλεκτρική

ενέργεια που παράγεται στο βρόχο κατά το χρονικό διάστημα $t_1 \leq t \leq t_2$.

ΘΕΜΑ 5 (30 μονάδες)

Ένας δέκτης Δ ραδιοκυμάτων ενός ραδιοαστρονομικού παρατηρητηρίου είναι εγκατεστημένος στην ακτή, σε ύψος 2 m πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας. Ο δέκτης αυτός καταγράφει τα μέγιστα και τα ελάχιστα της συμβολής των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων τα οποία εκπέμπει, σε μήκος



κύματος 21 cm, ένας τεχνητός δορυφόρος που ανατέλλει πάνω από τον ορίζοντα. Το σήμα που καταγράφεται από το δέκτη είναι ανάλογο της έντασης των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων που συλλέγει ο δέκτης. Το διάνυσμα του ηλεκτρικού πεδίου των κυμάτων αυτών ταλαντώνεται σε διεύθυνση παράλληλη προς την επιφάνεια της θάλασσας, η οποία θεωρείται λεία.

(α) Καθορίστε τα ύψη του τεχνητού δορυφόρου πάνω από τον ορίζοντα, μετρημένα σε γωνίες θ πάνω από τον ορίζοντα, για τα οποία καταγράφονται μέγιστα και ελάχιστα της συμβολής.

(β) Προσδιορίστε κατά πόσον δυναμώνει ή εξασθενεί το σήμα αμέσως μετά την ανατολή του δορυφόρου.

(γ) Υπολογίσετε το λόγο των εντάσεων των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων που συλλέγει ο δέκτης και που αντιστοιχούν στο πρώτο μέγιστο και στο αμέσως επόμενο ελάχιστο της συμβολής.

(**Δίνεται:** Ο λόγος των πλατών του ηλεκτρικού πεδίου του ανακλώμενου, E_{av} και του

προσπίπτοντος, E_{pr} , κύματος δίνεται από τη σχέση: $\frac{E_{av}}{E_{pr}} = \frac{n - \sigma \sin \phi}{n + \sigma \sin \phi}$, όπου n είναι ο

δείκτης διάθλασης και φ είναι η γωνία πρόσπτωσης του ηλεκτρομαγνητικού κύματος. Στο νερό και για μήκος κύματος ίσο με 21 cm ο δείκτης διάθλασης έχει την τιμή $n = 9$).

(δ) Εξηγήστε αν αυξάνεται το πλάτος των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων που λαμβάνονται από το δέκτη σε διαδοχικά μέγιστα της συμβολής όταν ο δορυφόρος ανατέλλει πάνω από τον ορίζοντα. Παρομοίως για διαδοχικά ελάχιστα της συμβολής.

ΕΝΩΣΗ ΚΥΠΡΙΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ



19^Η ΠΑΓΚΥΠΡΙΑ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ (ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ)

Κυριακή, 03 Απριλίου, 2005

Ώρα: 10:00 - 13:00

Προτεινόμενες Λύσεις

ΘΕΜΑ 1 (10 μονάδες)

Στο εκκρεμές εξασκούνται δύο δυνάμεις: το βάρος και η τάση του νήματος. Το εκκρεμές έχει την ίδια οριζόντια επιτάχυνση γ με το όχημα, ως προς το έδαφος. Ισχύει,

$$\Sigma F = m\gamma$$

Από το σχήμα προκύπτει η σχέση:

$$\varepsilon\phi\theta = \frac{\Sigma F}{mg}$$

Επομένως έχουμε:

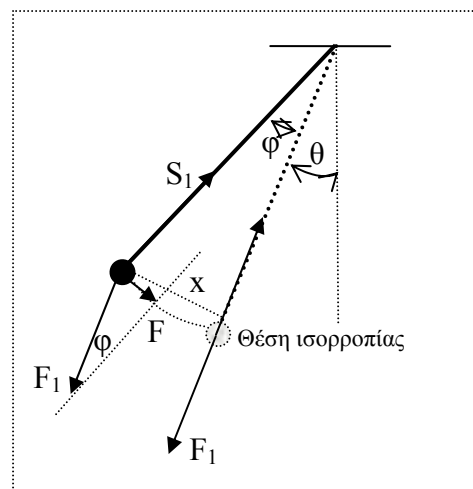
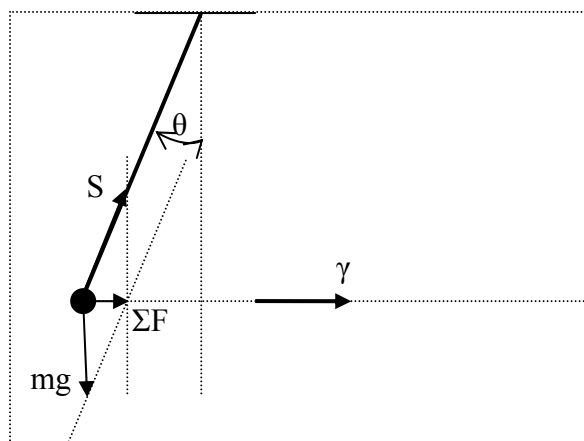
$$\varepsilon\phi\theta = \frac{\gamma}{g} \quad (3 \text{ μονάδες})$$

Η σχέση αυτή καθορίζει τη θέση ισορροπίας του εκκρεμούς ως προς το όχημα. Θεωρούμε μια δύναμη F_1 η οποία εξασκείται στη μάζα και δικαιολογεί την ισορροπία της ως προς το όχημα. Η δύναμη αυτή είναι σταθερή και έχει μέτρο που δίνεται από τη σχέση:

$$F_1 = m\sqrt{\gamma^2 + g^2}$$

Έστω ϕ είναι η γωνιακή μετατόπιση του εκκρεμούς ως προς τη θέση ισορροπίας του ως προς το όχημα. Η δύναμη επαναφοράς F έχει μέτρο που δίνεται από τη σχέση,

$$F = F_1\eta\mu\phi$$



Εφόσον η μετατόπιση ϕ είναι πολύ μικρή, μπορούμε να γράψουμε,

$$\eta\mu\phi = \frac{x}{L}, \text{ όπου } L \text{ είναι το μήκος του εκκρεμούς.}$$

Επομένως,

$$F = -F_1 \frac{x}{L} \text{ ή}$$

$$F = -m\sqrt{\gamma^2 + g^2} \frac{x}{L}. \text{ (3 μονάδες)}$$

το αρνητικό πρόσημο δηλώνει ότι η φορά της F είναι αντίθετη με τη μετατόπιση x από τη θέση ισορροπίας.

Από την τελευταία σχέση βρίσκουμε τη σταθερά ταλάντωσης:

$$D = \frac{m\sqrt{\gamma^2 + g^2}}{L}. \text{ (2 μονάδες)}$$

Η περίοδος του εκκρεμούς είναι:

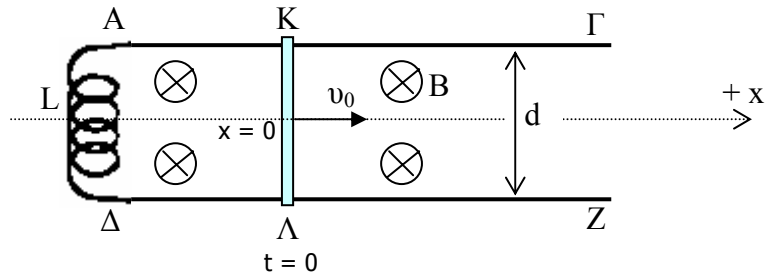
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} \text{ ή}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{\sqrt{\gamma^2 + g^2}}}. \text{ (2 μονάδες)}$$

ΘΕΜΑ 2 (15 μονάδες)

Όταν η ράβδος κινείται μέσα στο μαγνητικό πεδίο αναπτύσσεται επαγωγική ηλεκτρεγερτική δύναμη στα άκρα της, η οποία δίνεται από τη σχέση:

$$E_{\text{εν}} = -Bvd. \quad (2 \text{ μονάδες})$$



Στον κλειστό βρόχο ΚΑΔΛ

εμφανίζεται, άρα, επαγωγικό ηλεκτρικό ρεύμα. Στο ρευματοφόρο αγωγό εξασκείται μαγνητική δύναμη η οποία μεταβάλλει το μέτρο της ταχύτητας. Αυτό σημαίνει ότι η τιμή του επαγωγικού ρεύματος δεν είναι σταθερή. Επομένως έχουμε και φαινόμενο αυτεπαγωγής. Η τάση από την αυτεπαγωγή είναι:

$$E_{\text{αυτ}} = -L \frac{dI}{dt}. \quad (2 \text{ μονάδες})$$

Εφόσον η ωμική αντίσταση στο βρόχο είναι μηδέν ($R = 0$), έχουμε, από τον κανόνα του Kirchhoff:

$$E_{\text{αυτ}} + E_{\text{εν}} = 0 \Rightarrow -L \frac{dI}{dt} - Bvd = 0 \Rightarrow LdI = -(Bvd)dt \Rightarrow LdI = -Bddx \Rightarrow I = -\frac{Bd}{L}x$$

(3 μονάδες)

(β) Η μαγνητική δύναμη στη ράβδο δίνεται από τη σχέση:

$$F = BId. \quad (1 \text{ μονάδα})$$

ή λόγω της σχέσης του ρεύματος,

$$F = B\left(-\frac{Bd}{L}x\right)d = -\left(\frac{B^2 d^2}{L}\right)x. \quad (1 \text{ μονάδα})$$

(γ) Η σχέση της δύναμης με τη θέση ικανοποιεί τη συνθήκη για αρμονική ταλάντωση. Σε αυτή την περίπτωση, η σταθερά ταλάντωσης είναι:

$$D = \frac{B^2 d^2}{L}. \quad (1 \text{ μονάδα})$$

Και η κυκλική συχνότητα δίνεται από τη σχέση:

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m}} = \sqrt{\frac{B^2 d^2}{mL}} = Bd \sqrt{\frac{1}{mL}}. \quad (1 \text{ μονάδα})$$

Το πλάτος της ταλάντωσης βρίσκεται από τη διατήρηση της ενέργειας:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}Dx_0^2 \Rightarrow mv_0^2 = \frac{B^2 d^2}{L}x_0^2. \quad (1 \text{ μονάδα})$$

Άρα,

$$x_0 = \frac{v_0}{Bd} \sqrt{mL} \cdot (1 \text{ μονάδα})$$

Η θέση x ικανοποιεί την εξίσωση αρμονικής ταλάντωσης:

$$x = x_0 \eta \mu(\omega t) \quad \text{ή}$$

$$x = \left(\frac{v_0}{Bd} \sqrt{mL} \right) \eta \mu \left(\frac{Bd}{\sqrt{mL}} t \right) \cdot (2 \text{ μονάδες})$$

ΘΕΜΑ 3 (20 μονάδες)

(α) Παραγωγίζοντας διαδοχικά τη συνάρτηση της θέσης, $y = y_0(1 - \sin \omega t)$, βρίσκουμε:

$$v = \frac{dy}{dt} = y_0 \omega \eta \mu \omega t, \quad (2 \text{ μονάδες})$$

για την ταχύτητα, και

$$\gamma = \frac{dv}{dt} = y_0 \omega^2 \sigma \upsilon \nu \omega t, \quad (2 \text{ μονάδες})$$

για την επιτάχυνση.

Η μάζα m δέχεται δύο δυνάμεις: το βάρος mg και την κάθετη αντίδραση από τη σανίδα, N .

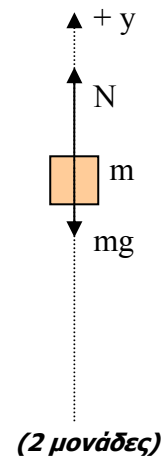
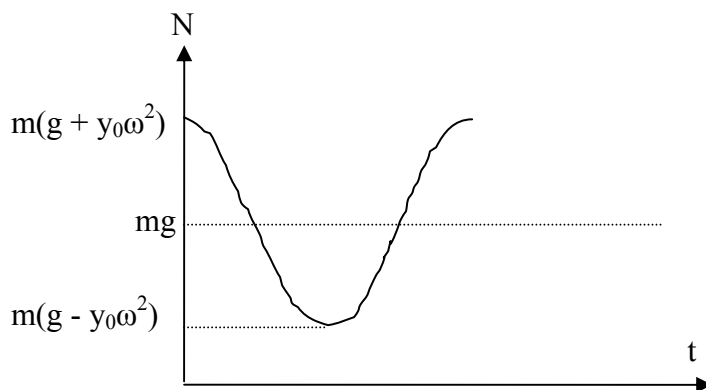
Από το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα: $\Sigma F = m\gamma$. Άρα,

$N - mg = m\gamma$. Επομένως, έχουμε για τη δύναμη N ,

$N = m(g + \gamma)$. Ή από τη σχέση της επιτάχυνσης,

$N = m(g + y_0 \omega^2 \sin \omega t)$. (2 μονάδες)

Η αντίστοιχη γραφική παράσταση είναι: (2 μονάδες)



(β) Πρέπει $|\gamma_{\max}| < g$. Άρα $y_0 \omega^2 < g$. Άρα $y_0 < \frac{g}{\omega^2}$, για να είναι το σώμα συνέχεια σε επαφή με τη σανίδα. (2 μονάδες)

(γ) Στη θέση $\frac{3y_0}{2}$, έχουμε $\frac{3y_0}{2} = y_0(1 - \sin \omega t) \Rightarrow \sin \omega t = -\frac{1}{2}$

Επίσης $\gamma = -g$, οπότε $-g = y_0 \omega^2 \sin \omega t \Rightarrow y_0 = \frac{2g}{\omega^2}$. (2 μονάδες)

Το μέγιστο ύψος h βρίσκεται από το θεώρημα διατήρησης της μηχανικής ενέργειας.

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh \Rightarrow h = \frac{v^2}{2g} . \text{ (2 μονάδες)}$$

Όπου η ταχύτητα βρίσκεται από τη σχέση,

$$v = y_0 \omega \eta \mu \omega t , \text{ με } \sigma \nu \omega t = -\frac{1}{2} \text{ στη θέση } \frac{3y_0}{2} . \text{ Έχουμε,}$$

$$\eta \mu \omega t = \sqrt{1 - \sigma \nu^2 \omega t} = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} . \text{ Άρα}$$

$$v = y_0 \omega \frac{\sqrt{3}}{2} . \text{ (2 μονάδες)}$$

Επομένως το μέγιστο ύψος, είναι

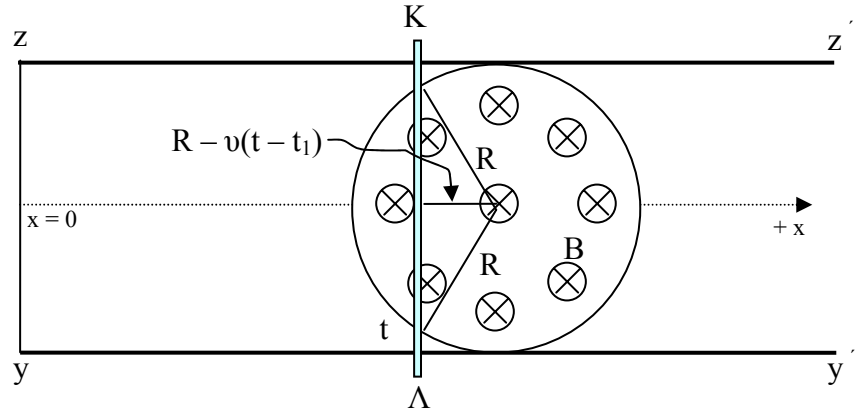
$$h = \frac{v^2}{2g} = \frac{3y_0^2 \omega^2}{8g} . \text{ (2 μονάδες)}$$

ΘΕΜΑ 4 (25 μονάδες)

(α) Η απόλυτη τιμή της επαγωγικής τάσης στα άκρα της ράβδου, όταν κινείται μέσα στο μαγνητικό πεδίο, δίνεται από τη σχέση:

$$E_{\varepsilon\pi} = Bvd, \text{ (1 μονάδα)}$$

Όπου d είναι το μήκος της ράβδου που βρίσκεται μέσα στο μαγνητικό πεδίο. Από το σχήμα έχουμε:

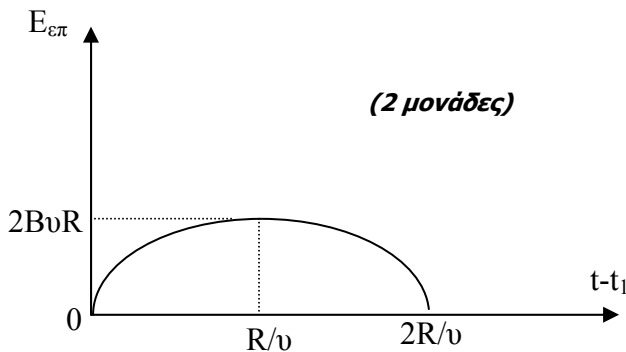


$$d = 2\sqrt{R^2 - (R - v(t - t_1))^2} = 2\sqrt{2Rv(t - t_1) - v^2(t - t_1)^2} \text{ . (2 μονάδες)}$$

Άρα,

$$E_{\varepsilon\pi} = 2Bv\sqrt{2Rv(t - t_1) - v^2(t - t_1)^2} \text{ . (2 μονάδες)}$$

Από τη σχέση εύκολα προκύπτει η γραφική παράσταση.



(β) Το επαγωγικό ρεύμα είναι:

$$I = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{r_{ολ}}, \text{ όπου } r_{ολ} \text{ είναι η συνολική ωμική αντίσταση στο βρόχο. (1 μονάδα)}$$

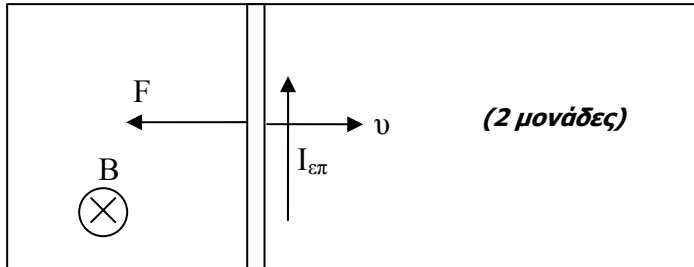
Είναι

$$r_{ολ} = 2rx_0 + 2rv(t - t_1) = 2r[x_0 + v(t - t_1)] \text{ . (2 μονάδες)}$$

Έτσι,

$$I = \frac{Bv\sqrt{2Rv(t - t_1) - v^2(t - t_1)^2}}{r[x_0 + v(t - t_1)]} \text{ , (2 μονάδες)}$$

Η φορά του επαγωγικού ρεύματος είναι τέτοια που να αντιτίθεται στην αιτία που το παράγει (κανόνας του Lenz). Η μαγνητική δύναμη είναι αντίθετη της ταχύτητας της ράβδου, έτσι ώστε για να διατηρείται σταθερή η ταχύτητα να εξασκείται εξωτερική δύναμη στην ίδια φορά, το έργο της οποίας να μετατρέπεται σε ηλεκτρική ενέργεια. Η φορά του ρεύματος επομένως στη ράβδο και η φορά της δύναμης είναι όπως στο σχήμα.



(γ) Η δύναμη που εξασκείται στη ράβδο από το μαγνητικό πεδίο είναι:

$$F = BId \quad . \quad (1 \text{ μονάδα})$$

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις για το ρεύμα I και το μήκος d , παίρνουμε,

$$F = \frac{2B^2 v^2 (t - t_1) [2R - v(t - t_1)]}{r[x_0 + v(t - t_1)]} \quad . \quad (2 \text{ μονάδες})$$

Η φορά της δύναμης φαίνεται στο προηγούμενο σχήμα.

(δ) Εφόσον η ταχύτητα είναι σταθερή, το έργο της δύναμης δίνεται από τη σχέση:

$$W = \overline{F} \cdot x \quad . \quad (2 \text{ μονάδες})$$

όπου $\overline{F}$ είναι η μέση τιμή της δύναμης και x η μετατόπιση για το αντίστοιχο έργο W της δύναμης.

$$\text{Δίνεται ότι } \overline{F} = \frac{3}{4} F_K ,$$

όπου F_K είναι η τιμή της δύναμης όταν η ράβδος βρίσκεται στο κέντρο της κυκλικής περιοχής του πεδίου. Τότε,

$$t - t_1 = \frac{R}{v} \quad . \quad \text{Άρα.} \quad (2 \text{ μονάδες})$$

$$F_K = \frac{2B^2 R^2 v}{r(x_0 + R)} \quad . \quad (2 \text{ μονάδες})$$

Το έργο W της δύναμης $\overline{F}$ για μετατόπιση x ίση με $2R$ είναι,

$$W = \frac{3}{4} F_K 2R \text{ ή}$$

$$W = \frac{3B^2 R^3 v}{r(x_0 + R)} \cdot (2 \text{ μονάδες})$$

Το έργο αυτό μετατρέπεται σε ηλεκτρική ενέργεια, εφόσον δεν έχουμε άλλες μετατροπές ενέργειας.

ΘΕΜΑ 5 (30 μονάδες)

Η διαφορά της απόστασης που διανύουν τα κύματα που φτάνουν στο δέκτη είναι:

$$\Delta x = A\Delta - B\Delta$$

Από το σχήμα παίρνουμε τις σχέσεις:

$$A\Delta = \frac{h}{\eta\mu\theta} \text{ και } B\Delta = A\Delta \cdot \sigma\upsilon\nu 2\theta.$$

Επομένως, έχουμε για τη διαφορά Δx

$$\Delta x = \frac{h}{\eta\mu\theta} (1 - \sigma\upsilon\nu 2\theta) \text{ ή}$$

$$\Delta x = 2h\eta\mu\theta \cdot (2 \text{ μονάδες})$$

Για μέγιστα της έντασης των κυμάτων που φτάνουν στο δέκτη θα πρέπει να ισχύει,

$$\Delta x = (2K - 1) \frac{\lambda}{2} \cdot (2 \text{ μονάδες})$$

$$\eta\mu\theta = \frac{(2K - 1)\lambda}{4h}, (2 \text{ μονάδες})$$

με $K = 1, 2, 3 \dots 19$.

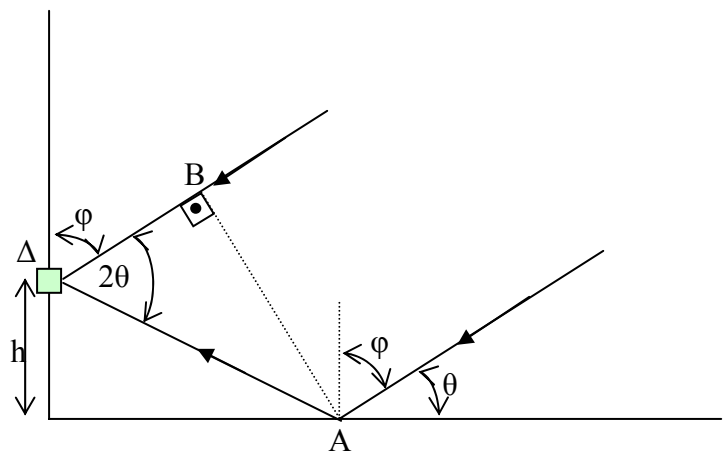
Η μέγιστη τιμή του K είναι 19 εφόσον $\eta\mu\theta < 1$ και $\lambda = 0,21 \text{ m}$, $h = 2 \text{ m}$.

Για τα ελάχιστα της έντασης των κυμάτων που φτάνουν στο δέκτη θα πρέπει να ισχύει,

$$\Delta x = K\lambda, (2 \text{ μονάδες})$$

$$\eta\mu\theta = \frac{K\lambda}{2h}, (2 \text{ μονάδες})$$

με $K = 0, 1, 2, \dots 19$.



(β) Αμέσως μετά την ανατολή του δορυφόρου έχουμε $\theta = 0$, η οποία ικανοποιείται από τη συνθήκη για ελάχιστα της έντασης των κυμάτων. Επομένως το σήμα που φτάνει στο δέκτη είναι εξασθενημένο και δυναμώνει καθώς αυξάνεται το θ .

(3 μονάδες)

(γ) Όταν το σήμα στο δέκτη δυναμώνει το πλάτος των κυμάτων στο δέκτη είναι το άθροισμα των πλατών του ανακλώμενου και του προσπίπτοντος κύματος.

$$E_{\max} = E_{\pi\rho} + E_{\alpha\nu}. \text{ Από τη σχέση } \frac{E_{\alpha\nu}}{E_{\pi\rho}} = \frac{n - \sigma\upsilon\nu\phi}{n + \sigma\upsilon\nu\phi} \text{ παίρνουμε,}$$

$$E_{\alpha\nu} = \frac{n - \sigma\upsilon\nu\phi}{n + \sigma\upsilon\nu\phi} E_{\pi\rho}, \text{ οπότε}$$

$$E_{\max} = \frac{2n}{n + \sigma\upsilon\nu\phi} E_{\pi\rho}. \text{ (2 μονάδες)}$$

Στο πρώτο μέγιστο της έντασης, $K = 1$, έχουμε, $\eta\mu\theta = \frac{\lambda}{4h}$. Αλλά $\eta\mu\theta = \sigma\upsilon\nu\phi$

Έχουμε έτσι τη σχέση

$$E_{\max} = \frac{8nh}{\lambda + 4nh} E_{\pi\rho}. \text{ (2 μονάδες)}$$

Ανάλογα όταν το σήμα στο δέκτη εξασθενεί, έχουμε

$$E_{\min} = E_{\pi\rho} - E_{\alpha\nu} \text{ ή } .$$

$$E_{\min} = \frac{2\sigma\upsilon\nu\phi}{n + \sigma\upsilon\nu\phi} E_{\pi\rho}. \text{ (2 μονάδες)}$$

Στο αμέσως επόμενο ελάχιστο, $K = 1$, έχουμε $\eta\mu\theta = \frac{\lambda}{2h} = \sigma\upsilon\nu\phi$. Έτσι

$$E_{\min} = \frac{2\lambda}{\lambda + 2nh} E_{\pi\rho} \text{ (2 μονάδες)}$$

Η ένταση των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων είναι ανάλογη του τετραγώνου του πλάτους. Άρα, αν $J_{\max}$ και $J_{\min}$ είναι αντίστοιχα η μέγιστη και ελάχιστη τιμή της έντασης των κυμάτων που φτάνουν στο δέκτη, έχουμε,

$$\frac{J_{\max}}{J_{\min}} = \frac{E_{\max}^2}{E_{\min}^2}. \text{ Αντικαθιστώντας τις πιο πάνω σχέσεις παίρνουμε,}$$

$$\frac{J_{\max}}{J_{\min}} = \frac{16n^2 h^2 (2nh + \lambda)^2}{\lambda^2 (4nh + \lambda)^2}.$$

Αντικαθιστούμε τα δεδομένα και έχουμε,

$$\frac{J_{\max}}{J_{\min}} = \frac{16 \times 81 \times 4 (2 \times 9 \times 2 + 0,21)^2}{0,21^2 (4 \times 9 \times 2 + 0,21)^2} = \frac{5184 \times 1311,16}{0,0441 \times 228,61} = 6,742 \times 10^5$$

(4 μονάδες)

(δ) Από τις σχέσεις για τα πλάτη σε ένα μέγιστο και σε ένα ελάχιστο,

$$E_{\max} = \frac{8nh}{4nh + (2K - 1)\lambda}$$

$$E_{\min} = \frac{2K\lambda}{2nh + K\lambda}$$

προκύπτει ότι, καθώς ο δορυφόρος ανατέλλει, παρατηρείται αύξηση του πλάτους των ελαχίστων και ελάττωση του πλάτους των μεγίστων. Επομένως ο λόγος των εντάσεων των κυμάτων σε ένα μέγιστο και το αμέσως επόμενο ελάχιστο ελαττώνεται καθώς ο δορυφόρος ανατέλλει.

(5 μονάδες)